Robustesse et désagrégation en aide à la décision multicritère

Yannis Siskos

Université du Pirée, 80, rue Karaoli & Dimitriou, GR-18534 Pirée, Grèce
& LAMSADE, Université Paris-Dauphine, Place du Marechal de Lattre de Tassigny,
F-75775, Paris Cedex 16, France
ysiskos@unipi.gr
Mots-clés : Analyse Multicritère, Robustesse, Désagrégation, Programmation Linéaire

1 Introduction

Un des problèmes majeurs issus des procédures de désagrégation en aide à la décision multicritère (cf. Jacquet-Lagrèze et Siskos, 1982) est la stabilité des modèles de décision qui sont inférés par des mécanismes de programmation linéaire sous jacents. La notion de stabilité a été récemment élargie par Roy (2010) qui utilise le terme « robustesse » pour qualifier ainsi l'aptitude des chercheur opérationnels à résister à des « à peu près » ou à des « zones d'ignorance » afin de se protéger d'impacts jugés regrettables, notamment la dégradation des propriétés à préserver.

En fait, l'analyse de robustesse apparait come un instrument de gestion de la "distance" entre le "vraie" modèle de préférence d'un décideur (la réalité vécue, selon Roy) et celui qui résulte d'un mécanisme algorithmique (la représentation formelle, selon Roy). Dans les procédures de désagrégation multicritère, la préoccupation de robustesse d'un homme d'étude devra tenir compte de l'analyse post-optimale en programmation linéaire qui est le mécanisme principal d'inférence des modèles décisionnels.

2 Les méthodes de désagrégation

Les méthodes du type UTA (UTilités Additives) proposées par Jacquet-Lagrèze et Siskos (1982) ainsi que bien d'autres proposées par d'autres auteurs (voir Siskos et al, 2005 pour une synthèse) infèrent un ensemble de fonctions de valeurs additives compatibles avec une préférence globale du décideur sur un ensemble d'actions de référence. Un modèle additif a la forme ci-dessous, dont chaque fonction marginale $u_i(g_i)$ est estimée sur $(\alpha_i - 1)$ points de l'échelle $[g_{i*}, g_i^*]$ de chaque critère.

$$u(\mathbf{g}) = \sum_{i=1}^{n} u_i(g_i)$$

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{n} u_i(g_i^*) = 1 \\ u_i(g_{i*}) = 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, n \end{cases}$$

Pourtant, la minimisation des écarts entre la préférence globale et le modèle, au moyen de programmes linéaires, montre qu'il y a bien une infinité de fonctions-solutions qui appartiennent toutes à un polyèdre convexe.

3 Une heuristique pour maitriser la robustesse

La robustesse du modèle et des conclusions faites à partir de celui-ci dépend bien évidemment de la forme du polyèdre des solutions optimales multiples. Pour cerner ce polyèdre, l'heuristique suivante est appliquée :

Résoudre $T = 2\sum_{i=1}^{n}(\alpha_i - 1)$ programmes linéaires, n étant le nombre de critères, pour obtenir autant de fonctions de valeurs aux extrémités du polyèdre, en posant chaque fois comme objectif d'un PL :

$[\min]u_i(g_i^j)$, $[\max]u_i(g_i^j)$, pour i=1,2,…,n et j=2,3,…, α_i ($u_i(g_i^1) = 0$ pour tout i)

4 Quelques mesures de robustesse

Pour pouvoir juger de la pertinence et de la fiabilité des modèles construits, plusieurs mesures de robustesse sont proposées et illustrées sur un exemple numérique simple, à savoir : n+1 indicateurs de stabilité moyenne ASI (au niveau critère et global), visualisation des fluctuations des fonctions de valeurs, fonction-barycentre, etc. pour la robustesse du modèle, puis une relation de surclassement floue et des procédures de son exploitation pour la robustesse des conclusions. A titre d'exemple, au niveau du critère, l'indicateur ASI(i) est défini comme suit :

$$\mathrm{ASI(i)} = 1 - \frac{1}{\alpha_i - 1} \frac{\sum_{k=1}^{\alpha_i - 1} \sqrt{\left(\mathrm{T}\left(\sum_{j=1}^{\mathrm{T}} \left(u_k^j\right)^2 \right) - \left(\sum_{j=1}^{\mathrm{T}} u_k^j \right)^2 \right)}}{\frac{\mathrm{T}}{\alpha_i - 1}\sqrt{(\alpha_i - 2)}}$$

u_k^j étant la valeur estimée du k^ème^ paramètre dans la j^ème^ solution post-optimale.
Ces mesures font de l'analyse de la robustesse un excellent outil de modélisation des préférences et d'aide à la décision par la suite.

Références

1. E. Jacquet-Lagrèze and J. Siskos. Assessing a set of additive utility functions for multicriteria decision-making: The UTA method. *European Journal of Operational Research*, 10, 151-164, 1982.
2. Y. Siskos, E. Grigoroudis and N. Matsatsinis. UTA methods. in: Figueira, J., Greco, S., Ehrgott, M. (Eds.), *State-of-Art of Multiple Criteria Decision Analysis*, Kluwer Academic Publishers, Dortrecht, 297-343, 2005.
3. B. Roy. Robustness in operational research and decision aiding. *European Journal of Operational Research*, 200, 629-638, 2010.