

Sur les liens entre deux familles de méthodes de surclassement

D. Bouyssou¹

M. Pirlot²

¹ CNRS–LAMSADE & Université Paris Dauphine, F-75775 Paris cedex 16
bouyssou@lamsade.dauphine.fr

² Faculté Polytechnique de Mons, 9, rue de Houdain, B-7000 Mons, Belgique
marc.pirlot@fpms.ac.be

Mots-Clés : *aide à la décision, analyse multicritère, surclassment.*

1 Introduction et motivation

Un problème central en analyse multicritère est de bâtir une relation de préférence sur un ensemble d'actions évaluées sur plusieurs attributs, sur la base de préférences exprimées au niveau de chaque attribut et d'informations inter-attributs (par exemple, des poids). La manière classique de procéder consiste à bâtir une *fonction de valeur*. Ceci revient à construire une fonction v associant un nombre $v(x)$ à chaque action x , ce nombre dépendant des évaluations x_1, x_2, \dots, x_n de x sur les n attributs considérés, et à déclarer que l'action x est « au moins aussi bonne » que l'action y si et seulement si $v(x) \geq v(y)$. Une telle façon de procéder suppose une analyse assez fine de la manière dont les écarts de préférence sur les divers attributs se compensent. Lorsqu'une analyse aussi élaborée ne semble pas envisageable, on peut recourir à des techniques d'agrégation ayant un caractère plus « ordinal ».

De nombreuses techniques de ce type ont été proposées sous le nom de « méthodes de surclassement » (pour une vue d'ensemble de ces méthodes, voir [7]). Les méthodes de surclassement reposent toutes sur des variantes du *principe de concordance / non-discordance*, ce qui, en bref, revient à dire qu'une action est jugée « préférable » à une autre si c'est le cas pour une majorité de critères (condition de concordance) sans qu'aucun critère ne soit en « désaccord profond » avec cette affirmation (condition de non-discordance).

Dans certaines méthodes de surclassement, comme c'est le cas avec ELECTRE I [6], « préférable » doit s'interpréter comme « au moins aussi bon que ». On bâtit dans ces méthodes une relation de surclassement supposée *réflexive*. Dans d'autres méthodes, comme c'est le cas avec TACTIC [8], « préférable » doit s'interpréter comme « strictement préféré à ». On bâtit dans ces méthodes une relation de surclassement supposée *asymétrique*.

Cet exposé visera à analyser les liens existants entre ces deux types de relations de surclassement.

2 Surclassement réflexif et surclassement asymétrique

On a récemment proposé dans [3, 5] une analyse axiomatique des relations de surclassement réflexives, semblables à celles utilisés dans ELECTRE I. Cette analyse repose sur l'utilisation de modèles généraux de mesurage conjoint tolérant les intransitivités et les incomparabilités [1, 2]. Cette analyse conduit à ajouter aux conditions caractérisant ces modèles généraux des conditions spécifiques, traduisant le caractère essentiellement « ordinal » à l'œuvre dans ces méthodes. On a fait de même dans [4] pour ce qui concerne les relations de surclassement asymétriques.

On se pose alors un certain nombre de questions naturelles. Les relations de concordance (c'est-à-dire des relations de surclassement où la condition de non-discordance n'intervient pas) asymétriques peuvent-elles être toujours vues comme la partie asymétrique d'une relation de concordance réflexive. La réponse à cette première question est positive. On montrera comment on peut passer de l'analyse axiomatique de ces deux types de relations via une opération de co-dualité.

La situation est plus complexe dès lors que l'on travaille avec des relations de surclassement. La partie asymétrique d'une relation de surclassement réflexive ne correspond pas nécessairement à une relation de surclassement asymétrique. Quelles sont les propriétés de la partie asymétrique d'une relation de surclassement réflexive ? On montrera que ces propriétés s'éloignent assez sensiblement de celles des relations de surclassement. Ceci contribue à expliquer les difficultés rencontrées pour l'élicitation des paramètres de certaines méthodes utilisant de telles relations (par exemple, la version optimiste d'ELECTRE TRI [7]). On étudie également les propriétés des relations obtenues au départ des relations de surclassement asymétriques via une opération de co-dualité. On aboutit ici à un nouveau type de relation de surclassement où la condition de non-discordance est remplacée par une condition dite de « bonus » et conduisant à conclure qu'une action est au moins aussi bonne qu'une autre dès lors que sur au moins un critère il existe un écart « très important » en faveur de la première. On donnera une analyse axiomatique de ce nouveau type de relations de surclassement.

On conclura en esquissant en quoi ces résultats peuvent être utiles pour comparer et analyser les méthodes de surclassement existantes et les mettre en œuvre.

Références

- [1] D. Bouyssou and M. Pirlot. Nontransitive decomposable conjoint measurement. *Journal of Mathematical Psychology*, 46(6):677–703, 2002.
- [2] D. Bouyssou and M. Pirlot. 'Additive difference' models without additivity and subtractivity. *Journal of Mathematical Psychology*, 48(4):263–291, 2004.
- [3] D. Bouyssou and M. Pirlot. A characterization of concordance relations. *European Journal of Operational Research*, 167(2):427–443, 2005.
- [4] D. Bouyssou and M. Pirlot. An axiomatic approach to TACTIC. Cahier du LAMSADE n° 238, Université Paris Dauphine. Available at <http://lamsade.dauphine.fr/~bouyssou>, 2006.
- [5] D. Bouyssou and M. Pirlot. An axiomatic analysis of concordance-discordance relations. *European Journal of Operational Research*, 199(2):468–477, 2009.
- [6] B. Roy. Classement et choix en présence de points de vue multiples (la méthode ELECTRE). *RIRO*, 2:57–75, 1968.
- [7] B. Roy and D. Bouyssou. *Aide multicritère à la décision : Méthodes et cas*. Economica, Paris, 1993.
- [8] J.-C. Vansnick. On the problems of weights in MCDM (the noncompensatory approach). *European Journal of Operational Research*, 24:288–294, 1986.