

Nouvelles classes d’instances non-métriques pour le TSP

Valentin Weber, Nadia Brauner, Yann Kieffer

G-SCOP ; Grenoble INP ; 46, avenue Félix Viallet, F-38031 Grenoble, France
{valentin.weber,nadia.brauner,yann.kieffer}@g-scop.grenoble-inp.fr

Mots-Clés : *TSP non-métrique, génération d’instances aléatoires.*

1 Contexte

Le problème du voyageur de commerce, ou *traveling salesman problem* (TSP), est un problème phare de la recherche opérationnelle. Par sa facilité d’expression, il a su donner une illustration simple de l’ensemble des problèmes NP-difficiles. Tout naturellement, il a concentré l’attention d’un grand nombre de recherches, en particulier concernant les méthodes de résolution [1, 2, 3]. Cependant ces études ont tendance à se limiter à une catégorie restreinte d’instances.

Le TSP peut prendre plusieurs formes de sous-problèmes particuliers. Selon que les arêtes soient orientées ou non, le problème est appelé respectivement asymétrique ou symétrique. Lorsque la fonction des coûts sur les arêtes vérifie l’inégalité triangulaire, on parle de problème métrique. Si, de plus, la distance entre les sommets découle d’une norme et de coordonnées associées aux sommets, le problème est dit géométrique [2].

Les études menées se concentrent principalement sur ce dernier type d’instances [2]. Afin de confronter différents algorithmes sur une base commune, Reinelt a compilé un ensemble d’instances issues d’applications pratiques, appelé TSPLIB [5]. Cette base d’instances, principalement composée d’instances géométriques, est devenue aujourd’hui une référence incontournable pour l’évaluation des algorithmes. L’usage d’une telle librairie de référence pose toutefois certaines questions. En particulier, est-ce que les instances de la TSPLIB reflètent suffisamment bien la complexité du problème ?

Le TSP est globalement un problème non-approximable. Toutefois si la fonction des coûts vérifie l’inégalité triangulaire alors le problème devient approximable [3]. Cela semble apporter une difficulté supplémentaire pour les instances non-métriques et motive donc notre étude de celles-ci. Trouver des instances plus difficiles ne peut qu’éprouver d’avantage les méthodes de résolution actuelles et affiner les tests comparatifs de performance.

Dans cette étude, consacrée au TSP symétrique, nous proposons de nouvelles classes d’instances aléatoires non-métriques, qui permettent de générer des instances de taille quelconque. Nous proposerons ensuite une analyse de la qualité de cette proposition.

2 Proposition et évaluation

On trouve déjà dans la littérature une classe d'instances non-métriques reposant sur la génération aléatoire des distances, stockées dans une matrice. Johnson *et al.* utilisent ces instances dans des tests intensifs [1]. Les résultats obtenus confirment une difficulté accrue des instances non-métriques par rapport aux instances géométriques. Cependant les instances matricielles de distances aléatoires sont limitées dans leur utilisation par la mémoire des ordinateurs quand le format d'entrée est trop volumineux. Les expérimentations sont alors bridées à des instances de 35 000 sommets et mériteraient d'être autant poussées que pour les instances géométriques, qui peuvent aller jusqu'à quelques centaines de millions de sommets.

Nous avons développé une méthode pour générer des classes d'instances non-métriques, qui évitent ces problèmes techniques. Pour que celles-ci deviennent utilisables de manière systématique en évaluation de performance, nous devons évaluer son comportement par rapport à la classe généralement employée. Par analogie avec l'évaluation d'algorithmes, qui consiste à observer le comportement des algorithmes sur un jeu donné d'instances, l'évaluation des instances repose sur l'analyse des résultats obtenus à travers un jeu donné de méthodes de résolution.

Nous définissons différents critères de comparaison. Comme pour l'évaluation de performance des méthodes de résolution, les deux principaux critères sont le temps d'exécution et la qualité de la solution. Cependant leur mesure doit être prise de telle sorte que la comparaison soit possible entre des instances qui n'ont pas les mêmes grandeurs. Il faut donc les ramener à des valeurs normalisées.

Le temps d'exécution est surtout pertinent avec des méthodes exactes qui offrent une qualité de solution équivalente, car optimale. Pour s'affranchir des dépendances matérielles, nous considérons aussi une mesure de temps qui dimensionne l'exécution de l'algorithme (nombre de noeuds d'un Branch-and-Bound, nombre d'itérations dans un algorithme de descente).

Pour les méthodes approchées, nous pouvons comparer la qualité des solutions obtenues soit avec l'optimum, dont le temps de calcul peut être très long, soit avec une borne inférieure, qui a l'avantage de se calculer beaucoup plus rapidement. En particulier, pour le TSP, il est classique d'utiliser la borne d'Held-Karp, dont la valeur est globalement très proche de l'optimum [2].

En utilisant tous ces critères, nous offrons une analyse comparative de différentes instances pour le TSP. Dans notre cas présent, nous comparerons, à la classe d'instance matricielle de distances aléatoires, nos nouvelles classes d'instances du TSP non-métrique.

Références

- [1] D.S. Johnson and L.A. McGeoch. The traveling salesman problem : A case study. Aarts, Emile (ed.) et al., *Local search in combinatorial optimization*. Chichester : Wiley. 215-310, 1997.
- [2] D.S. Johnson and L.A. McGeoch. Experimental analysis of heuristics for the STSP. Gutin, Gregory (ed.) et al., *The traveling salesman problem and its variations*. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers. Comb. Optim. 12, 369-443, 2002.
- [3] E.L. Lawler, J.K. Lenstra, A.H.G. Rinnooy Kan, and D.B. Shmoys. *The traveling salesman problem. A guided tour of combinatorial optimization*. Chichester : Wiley., 1985.
- [4] M.A. Osorio and D. Pint. Hard and Easy to Solve TSP Instances. *XXX Aniversario del Programa Educativo de Computación, BUAP*, pages 26–30, 2003.
- [5] G. Reinelt. TSPLIB – A traveling salesman problem library. *ORSA J. Comput.*, 3(4) :376–384, 1991.