

# Analyse inverse robuste à partir d'informations préférentielles partielles

Thomas Veneziano<sup>1,2</sup>, Patrick Meyer<sup>2,3</sup>, Raymond Bisdorff<sup>1</sup>

<sup>1</sup> University of Luxembourg  
ILIAS - CSC

6, rue Richard Coudenhove-Kalergi, L-1359 Luxembourg  
{raymond.bisdorff,thomas.veneziano}@uni.lu

<sup>2</sup> Institut Télécom ; Télécom Bretagne  
UMR CNRS 3192 Lab-STICC

Technopôle Brest Iroise CS 83818 F-29238 Brest Cedex 3, France  
patrick.meyer@telecom-bretagne.eu

<sup>3</sup> Université européenne de Bretagne

Nous considérons une situation de décision dans laquelle un ensemble d'alternatives (actions potentielles) est évalué sur une famille finie et cohérente de critères de performance. Un décideur est amené à comparer par paires ces alternatives en s'appuyant sur les principes des méthodes de surclassement. On considère qu'une alternative  $a$  *surclasse* une alternative  $b$  lorsqu'une *majorité significative* de critères valide le fait que  $a$  est au moins aussi bonne que  $b$  et qu'il n'existe aucun critère sur lequel  $a$  montre une contre-performance notoire par rapport à  $b$  [1]. La notion de majorité significative est directement liée à la connaissance de l'importance (ou poids) de chaque critère [2]. Ces paramètres peuvent être déterminés soit *directement*, les poids étant donnés par le décideur et permettent ainsi le calcul de la relation de surclassement, soit *indirectement*, le décideur étant amené à fournir des connaissances partielles, permettant d'inférer les poids des critères [3].

Dans cet article, nous nous concentrons exclusivement sur l'approche indirecte. Des approches similaires, nombreuses dans le domaine de la théorie de l'utilité multiattribut, ont été généralement publiées sous les termes de méthodes de *désagrégation / agrégation* ou *régression ordinale*. En adéquation avec les techniques correspondantes en statistique inférentielle, nous préférons regrouper l'ensemble des techniques de modélisation d'information de préférence indirecte sous le terme d'*analyse inverse* en aide multicritère à la décision.

L'analyse inverse proposée dans cet article se base sur le concept de robustesse de la validation du surclassement par rapport à un ensemble potentiel de poids [2]. Nous parlerons de robustesse de CONDORCET pour désigner ce type d'informations, conformément à [2]. Cet article s'inscrit dans la suite de nos travaux (voir [3]) et nous montrons ici comment déduire de telles affirmations robustes à partir de préférences partielles exprimées par un décideur, en vue d'estimer numériquement des poids de critères.

## La robustesse de CONDORCET d'une relation évaluée de surclassement

Nous présentons dans un premier temps une mesure définie dans [2], nommée dénotation de CONDORCET, permettant de caractériser la robustesse d'un surclassement. Cette mesure permet de distinguer :

- les *surclassements triviaux*, correspondant à une situation de dominance de Pareto et pour lesquels les poids des critères n'ont aucune influence ;
- les *surclassements robustes*, dans le cas où l'on valide la relation pour tous les jeux de poids de même préordre que le jeu de poids concerné (un surclassement est validé dès lors que l'on a fixé le préordre des poids, indépendamment de valeurs précises) ;
- les *surclassements anecdotiques*, pour lesquels une instance précise des poids des critères doit être fourni pour valider la relation, le préordre n'étant pas suffisant pour la garantir.

Nous montrons aussi qu'il n'existe aucun jeu de poids permettant de garantir la robustesse, au sens de CONDORCET, d'un surclassement allant à l'encontre du surclassement élémentaire obtenu avec des poids tous équi-signifiants.

## Estimation des poids, implémentation et expérimentations

Nous avons montré dans [3] comment déterminer un ensemble de poids associé aux critères compatible avec une dénotation de CONDORCET donnée. En pratique, il est cependant difficile d'imaginer qu'un décideur soit capable de donner tout ou même une partie de la dénotation de CONDORCET. On peut cependant facilement concevoir qu'un décideur puisse exprimer d'autres informations préférentielles utiles (comparaisons par paires, signification différenciée des critères), permettant l'estimation numérique d'un jeu de poids compatible en passant par la dénotation de robustesse.

Nous modélisons alors le problème sous forme d'un programme linéaire en variables mixtes. Des contraintes génériques sont définies dans le cas où l'on désire imposer un surclassement robuste ou bien simplement un surclassement anecdotique (dans les cas où l'on a montré qu'il sera impossible de garantir la robustesse). Les surclassements triviaux étant sans conséquence dans la recherche d'un jeu de poids de critères, nous n'en tenons pas compte. Puis, nous instancions ces contraintes sur les couples d'alternatives pour lesquels un décideur nous a donné son avis, concernant la préférence d'une alternative sur l'autre ou bien leur indifférence. Le fait qu'une alternative soit préférée à une autre entraînera un surclassement valide dans un sens et non valide dans l'autre. Dans le cas d'une indifférence, le surclassement sera valide dans les deux sens. Dans tous les cas, nous ajouterons si possible des contraintes permettant de garantir au mieux la robustesse.

Afin d'enrichir le modèle, nous traduisons aussi d'autres informations préférentielles : un décideur peut par exemple exprimer ses préférences lorsqu'il a une idée de l'importance d'un critère, ou encore lorsqu'il est en mesure de définir une famille de critères suffisante pour valider le surclassement.

La résolution se déroule de façon itérative, le décideur étant amené à chaque étape à donner un avis concernant le jeu de poids et le surclassement résultant. En cas de désaccord quelconque, nous ajoutons au modèle les préférences nouvelles et recommençons la résolution.

## Références

- [1] Roy B. Critères multiples et modélisation des préférences (l'apport des relations de surclassement). *Revue d'Economie Politique*, Volume 84, n°1, 1-44, janvier/février 1974.
- [2] R. Bisdorff. Concordant Outranking with multiple criteria of ordinal significance. *JOR : A Quarterly Journal of Operations Research*, 2(4) :293-308, 2004.
- [3] R. Bisdorff, P. Meyer and T. Veneziano. Inverse analysis from a Condorcet robustness denotation of valued outranking relations. *F. Rossi and A. Tsoukiás (Eds.), Algorithmic Decision Theory. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, LNAI 5783*, pp. 180-191, 2009.