Contrôle de puissance dynamique pour les communications sans fils

Mérouane Debbah[2], Samson Lasaulce[1], Mael Le Treust[1], Hamidou Tembine[1]

[1] LSS-CNRS-Supélec-Université de Paris 11 ; 3, rue Joliot-Curie, 91190 Gif-sur-Yvette, France
{mael.letreust,samson.lasaulce}@lss.supelec.fr
[2] Chair Alcatel Lucent, Supélec - 3 rue Joliot Curie, 91192 Gif sur Yvette
merouane.debbah@supelec.fr

Mots-Clés : *Contrôle de puissance, optimisation stochastique, jeux dynamiques.*

1 Introduction

Nous étudions un problème de contrôle de puisssance pour les systèmes de communications sans fils. Nous formulons un problème d'optimisation dynamique sous containtes dynamiques et caracterisons des puissances optimales et les équilibres pour des canaux incertains et des coûts de consommation quadratique. Les problèmes de contrôle de puissance ont déjà été traités dans la littérature (voir par exemple [1, 2]), cependant, peu d'entre eux tiennent compte de l'évolution du nombre de mobiles et la gestion d'énergie à long-terme.

Considérons un réseau constitué de n mobiles. Notons par $x_j^n(t),\ j \in \{1, 2, \dots, n\}$ l'état du canal du mobile j qui évolu selon l'équation $\mathrm{d}x_j^n(t) = -a_j^n(x_j^n(t) + b_j^n)\mathrm{d}t + \sigma_j^n \mathrm{d}\mathbb{W}_j(t),\ t \geq 0,$ où a_j^n, b_j^n, σ_j^n sont des réels et les $\{\mathbb{W}_j\}_j$ des processus de Wiener indépendents deux à deux. Nous considérons le contrôle de puissance à ajustement additif : $\mathrm{d}p_j^n = u_j^n dt$ où u_j^n est le paramètre de contrôle du mobile j. En utilisant la loi log-normale, la puissance reçue à la station de base s'écrit $e^{x_j^n(t)} p_j^n(t)$. Le rapport signal sur bruit plus interférences $\frac{e^{x_j^n(t)} p_j^n(t)}{N_0 + \sum_{i \neq j} \mu_{ij}^n e^{x_i^n(t)} p_i^n(t)}$ d'un mobile j doit être supérieur à un seuil γ_j^n pour permettre la communication. Le terme N_0 représente la variance du bruit, μ_{ji}^n est le facteur de corrélation entre j et i qui est normalisé par $\frac{\alpha}{n}$. Le paiement de long-terme du mobile j s'écrit $\mathbb{E} \int_0^\infty -e^{-\beta t} [\sum_j \left(\gamma_j^n I_{-j} - e^{x_j^n(t)} p_j^n(t)\right)^2 - \langle u, Ru \rangle]\ dt$ avec $\beta > 0,\ R = diag(\wp_j,\ j \in \{1, 2, \dots, n\}),\ \wp_j > 0$, $I_{-j} = N_0 + \sum_{i \neq j} \mu_{ji}^n e^{x_i^n} P_i^n(t)$, R est la matrice des coûts liés à la consommation de puissance. Le problème de contrôle de puissance centralisé (CO) s'écrit comme un problème d'optimisation stochastique sous contraintes

$$V(x, p) = \mathrm{Min}_{u^n}\ \mathbb{E} \left(\int_0^{+\infty} e^{-\beta t} r(x^n(t), p^n(t), u^n(t))\ dt |\ x^n(0) = x, p^n(0) = p \right)$$

où $r(x, p, u) = \langle p, C(x)p \rangle + 2\langle D(x), p \rangle + \langle u, Ru \rangle$.

$$(ID) \left\{ \begin{array}{c} \mathrm{d}x_j^n(t) = -a_j^n(x_j^n + b_j^n)\mathrm{d}t + \sigma_j^n \mathrm{d}\mathbb{W}_j,\ t \geq 0, \\ \mathrm{d}p_j^n(t) = u_j^n(t)\mathrm{d}t,\ t \geq 0 \end{array} \right.$$

Les conditions d'optimalité d'Hamilton-Jacobi-Bellman s'écrivent $\beta V = \frac{1}{2}\sum_j \sigma_j^2 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} V + \inf_u [r(x,p,u) + \langle D_x V, f\rangle + \langle D_p V, u\rangle]$. En écrivant V sous forme quadratique en p i.e $V(x,p) = \langle p, \tilde{K}(x)p\rangle + 2\langle p, \tilde{S}(x)\rangle + \tilde{q}(x)$, on a :

Proposition 1.1 *La stratégie définie par* $u_j^*(t) = -\frac{\tilde{K}_{jj}(x)p_j(t)}{\wp_j} - \frac{1}{\wp_j}\sum_{j\neq i} \tilde{K}_{ji}(x)p_i(t) - \frac{1}{\wp_j}\tilde{S}_j(x)$ *est une stratégie optimale du problème coopératif (CO).*

Remarquons que dans cette solution, chaque stratégie optimale depend des puissances individuelles mais aussi de la somme pondérée des puissances des autres mobiles. Cette dépendance est difficilement implémentable si le nombre de mobiles grandit.

Nous regardons maintenant le cas décentralisé où chaque mobile gère sa puissance de manière à minimiser ses coûts à long-terme tout en maintenant une qualité de communication. Les équations d'optimalité donnent lieu à $3n$ équations aux dérivées partielles. Nous utilisons un argument de champ moyen lorsque la taille du systeme tends vers l'infini et nous obtenons une solution explicite pour la puissance optimale. Nous montrons cette solution est aussi un $\epsilon-$équilibre pour le jeu fini avec des grande quantité de mobiles. Pour obtenir ce résultat, nous supposons que les états des canaux définis par (ID) sont *asymptotiquement i.i.d* et leurs dynamiques sont données par $a_j^n \longrightarrow a, b_j^n \longrightarrow b, \sigma_j^n \longrightarrow \sigma, \wp_j^n \longrightarrow \wp$. En supposant la convergence du champ moyen $\gamma\left(N_0 + \frac{1}{n}\sum_{i\neq j} z_i(t)\right)$ vers une limite déterministe $m^*(t)$, chaque mobile j fait face au champ moyen $m^*(t)$ sous contraintes d'évolution de l'état de son canal $x_j(t)$. Ceci définit un *jeu différentiel de population.*

$$V_j(x_j,p) = \mathrm{Max}_{u_j}\ \mathbb{E}\left(\int_0^{+\infty} e^{-\beta t} r_j(x(t),p_j(t),u_j(t),m^*(t))\ dt|\ x_j(0) = x_j, p(0) = p\right),$$

$\mathrm{d}x_j(t) = -(ax_j+b)\mathrm{d}t + \sigma \mathrm{d}\mathbb{W}_j,\ \mathrm{d}p_j = u_j \mathrm{d}t.\ r_j = -|z_j(t) - m^*(t)|^2 - \wp u_j^2(t),\ \mathbb{E}(z_j^2(0)) < \infty,\ z_j(t) = e^{x_j(t)}p_j(t)$. Notons $r_{j,\beta}^n(u_j^n, u_{-j}^n)$ le paiement escompté de j. Nous disons que u^n est un ϵ_n-équilibre si $\forall j,\ \forall \bar{u}_j^n,\ \ r_{j,\beta}^n(u_j^n, u_{-j}^n) \geq r_{j,\beta}^n(\bar{u}_j^n, u_{-j}^n) - \epsilon_n$.

Proposition 1.2 *Soit* $u_j^*(t) = -\frac{b}{\wp}\left(\bar{K}z_j(t) + \bar{S}(t)\right)$ *avec* $\bar{K}$ *positive et* $\bar{S}$ *continue, bornée, solution de :* $(\beta - 2a)\bar{K} = -\frac{b^2}{r}\bar{K}^2 + 1,\ (\beta - a)\bar{S} = \frac{d}{dt}\bar{S} - m^*(t) - \frac{b^2}{r}\bar{K}\bar{S}$ *alors* u^* *est un* $0-$*équilibre du jeu différentiel de population. De plus,* u^* *est* ϵ_n-*équilibre du jeu fini avec* $0 < \epsilon_n \longrightarrow 0$.

Notons que la puissance optimale du mobile j à la date t depend seulement de son état $x_j(t)$, de sa stratégie, et du champ moyen limite $m^*(t)$.

Références

[1] T. Tanaka, A statistical mechanics approach to large-system analysis of CDMA multiuser detectors, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 48, pp. 2888-2910, Nov. 2002.

[2] Huang P.E. Caines and R.P. Malhame. A locality generalization of the NCE (mean field) principle : agent specific cost interactions. Proc. 47th IEEE CDC, Cancun, Mexico, pp. 5539-5544, December 2008