

Un modèle de programmation en nombres entiers pour le problème de la recherche d'une cible dynamique

Carlos Diego Rodrigues^{1,2}, Dominique Quadri¹, Philippe Michelon¹

¹ Université d'Avignon et des pays de Vaucluse ; Laboratoire d'Informatique d'Avignon ; F 84911 Avignon Cedex 9, France

² Université Fédérale du Ceará ; Campus do Pici, Fortaleza, Brésil {carlos-diego.rodrigues, dominique.quadri, philippe.michelon}@univ-avignon.fr

Mots-Clés : *théorie de la recherche, recherche et allocation de ressources*

1 Introduction

La théorie de la recherche a vu le jour au cours de la deuxième guerre mondiale dans un contexte militaire particulier, à savoir la recherche d'un sous-marin. Cette discipline se propose de chercher un ou plusieurs objets dans un espace et un temps donnés. Il s'agit alors de déterminer la répartition des moyens de recherche pour trouver une cible avec des caractéristiques particulières. Le champ d'applications comprend aussi bien la recherche d'un fugitif par la police ou encore la recherche des survivants dans un milieu inconnu que l'éradication d'un virus dans un réseau d'ordinateurs.

Nous proposons dans cet exposé un modèle de programmation en nombres entiers pour le problème de la détection d'une cible dynamique qui peut être appliqué à la plupart des cas apparus dans la littérature. Ce modèle a été conçu en envisageant la résolution des problèmes pratiques de la théorie de la recherche. Le résumé ne donne qu'un aperçu du modèle car la présentation exhaustive de celui-ci demanderait bien plus de deux pages.

2 Présentation du problème et conception du modèle

Ce travail se situe dans le cas de la recherche d'une cible mobile et intelligente qui a doit accomplir une mission (par exemple surveillance d'une zone ou franchissement d'un détroit). La recherche est faite dans un espace bidimensionnel de format et taille quelconques dans un horizon de temps fini. Le chercheur utilise des ressources identiques qui peuvent être allouées ou non, qui nécessitent un temps d'installation et qui possèdent une durée de vie et une portée radio définies. Toutefois, il est important de noter que notre modèle peut être adapté ou étendu à d'autres contextes d'études mentionnés dans la littérature.

Quelques définitions sont nécessaires pour établir clairement le problème.

L'espace de recherche K est l'ensemble de points disponibles pour les acteurs du problème.

L'horizon T est le temps maximal dans lequel la recherche est effectuée.

Les capteurs sont les moyens dont dispose le chercheur pour trouver la cible. Un *plan de recherche* est un triplet (x, d, y) dont les composantes représentent respectivement les déplacements du chercheur, les dépôts des capteurs et les réactivations des ressources dans $K \times [0, T]$.

Une *mission* de la cible est l'objectif que la cible doit atteindre ; cela représente un comportement attendu de la cible.

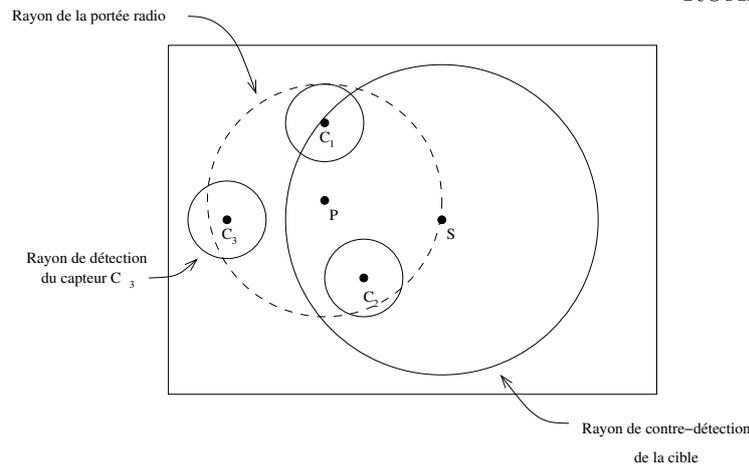


FIG. 1 – La figure 1 représente un chercheur en P qui a déposé trois capteurs à C_1, C_2, C_3 . La cible est positionnée en S . Le chercheur P peut activer tous les capteurs déposés qui sont à sa portée radio.

L'intelligence de la cible est la connaissance qu'elle possède sur les actions du chercheur ; naturellement, une cible intelligent utilisera cette compréhension pour réaliser sa mission.

Le rayon de détection d'un capteur déposé à la cellule k est l'ensemble de points $CH(k) \subseteq K$ tels qu'une fois activé, le capteur est capable de détecter une cible dans $CH(k)$.

La portée radio, $Port(k) \subseteq K$, est l'ensemble de points définis à partir d'un point $k \in K$ tels que si le chercheur est en k , il pourra activer tous les capteurs dans $Port(k)$.

Le rayon de contre-détection $CD(k) \subseteq K$ est l'ensemble des points tels que la cible en k peut détecter les capteurs qui sont activés à un moment donné.

Notre modèle est basé sur une discrétisation du temps et de l'espace. Du point de vue du chercheur la plus grande difficulté que le problème présente est la modélisation du comportement imprévisible (ou aléatoire) de la cible. Pour surmonter cette difficulté, nous simulons ce comportement par un nombre fini de possibilités, pré-calculées. En effet, nous formalisons un ensemble de cibles fictives par un ensemble de transitions préférentielles pré-déterminé. Ces transitions sont le résultat d'une analyse statistique ou expérimentale préalable. Chaque cible est, toutefois, réactive au comportement du chercheur dans le modèle, à savoir, la cible est capable d'abandonner cette préférence pour ne pas être pas détectée. Soit s une cible fictive et $k \in K$, nous définissons Adj_k^s l'ensemble des cellules que la cible s peut atteindre à partir de k . Une transition préférentielle est une donnée définie pour chaque cellule $k' \in Adj_k^s$ du problème, de façon à mesurer l'intérêt de la cible s d'aller à la cellule k' . Ainsi, l'objectif du chercheur est de capturer (détecter) le maximum de cibles dans l'horizon de temps relatif au problème traité. Par ailleurs, chaque cible est censée maximiser l'accomplissement de sa mission (autrement dit, maximiser les transitions préférées), sans être détectée.

Nous établissons, dans cet exposé, une analyse du modèle présenté selon ses propriétés mathématiques. Tout d'abord, la modélisation proposée s'appuie sur un problème de programmation linéaire, où toutes les variables sont binaires. Deuxièmement nous constatons que le modèle donné contient un nombre polynomial (dans le temps, l'espace et les possibilités) de variables et contraintes. En effet, le nombre de variables est $O(|M| \cdot |K| \cdot T)$ et le nombre de contraintes est $O(|M| \cdot |K|^2 \cdot T)$, pour les contraintes présentées. Nous évaluerons numériquement la validité de notre modèle et sa mise en oeuvre en pratique.

Références

- [1] D. Bienstock. Graph searching, path-width, tree-width and related problems (a survey). *DIMACS Series in Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science*, 1991.
- [2] A.Y. Garnaev. A remark on a helicopter-submarine game. *Naval Research Logistics*, 40 : 745-753, 1993.
- [3] J.-P. Le Cadre F. Dambreville. Constrained minimax optimization of continuous search efforts for the detection of a stationary target. *Naval Research Logistics*, 54(6) : 589-601, 2007.