Un problème de lotissement et de séquencement pour une ligne de production soumise aux aléas

Kseniya Shchamialiova, Alexandre Dolgui

Centre Génie Industriel et Informatique, Ecole des Mines de Saint-Etienne,
158 cours Fauriel, 42023 Saint-Etienne Cedex 2, France
shchamialiova@emse.fr, dolgui@emse.fr

Mots-Clés : *lotissement, séquencement, production imparfaite.*

1 Introduction

Les problèmes de lotissement et séquencement traitent les décisions de dimensionnement de lots des différents produits à fabriquer, définissent les périodes auxquelles ces lots doivent être produits, la séquence de passage des lots sur la ligne de production, l'affectation de lots aux machines, etc. Des problèmes de lotissement sont étudiés, par exemple, dans [3] et [4]. Pour une revue de littérature sur l'ordonnancement et le séquencement avec les temps et (ou) les coûts de changement de série, voir [1] et [2].

Nous traitons le problème de lotissement et de séquencement pour une ligne de production avec k machines en séquence (*flow-shop*). Cette ligne est destinée à traiter des produits de N types différents par lots. Mentionnons qu'un lot c'est un ensemble des produits du même type. Il y a le temps de changement de série (*set-up time*) entre deux lots adjacents et avant le premier lot. Les temps de changement de série dépendent de la séquence dans laquelle les lots sont traités. Nous considérons que toutes les machines de la ligne sont imparfaites : des rebuts et des pannes peuvent arriver. En cas d'une panne machine l'arrêt de la ligne est inévitable. Le temps de réparation est aléatoire, ainsi que le temps entre deux pannes. Il n'y a pas de contrôle de qualité intermédiaire, alors un rebut aléatoire ne peut être détecté qu'a la fin du traitement sur la dernière machine.

Le problème d'optimisation que nous étudions consiste à trouver les tailles des lots et leur séquence afin de maximiser la probabilité de satisfaire la demande pour un horizon de planification donné.

2 Modèle mathématique

Pour présenter le modèle mathématique de notre problème, nous allons introduire quelques notations :

- d_i - la demande pour le produit $i, i = 1, \dots, N$;
- t_i - le temps de fabrication d'une pièce de produit $i, i = 1, \dots, N$ sur une machine. Nous supposons, sans perte de généralité, que ce temps est le même pour toutes les machines ;
- T_0 - l'horizon de planification ;

– $s_{i,j}$ - le temps de changement de série pour commencer la fabrication d'un lot de produit j après un lot de produit i, où $i, j = 1, \ldots, N, i \neq j$;
– $s_{0,i}$ - le temps de préparation pour lancer la production du premier lot si ce lot concerne $i, i = 1, \ldots, N$;

Nous supposons que le temps de changement de série satisfait la *règle de triangularité* : $s_{i,q} + s_{q,j} \geq s_{i,j}$, $i, q, j = 1, \ldots, N$. Alors, toutes les pièces d'un produit doivent être fabriquées en un seul lot.

Soit T_{rep} - le temps total de réparations de la ligne après les pannes.

Les variables de décision sont les tailles des lots $x = (x_1, \ldots, x_N)$ et leur séquence $\pi = (i_1, \ldots, i_N)$. A cause des rebuts, la quantité des pièces de bonne qualité x_i^b, peut être inferieur à x_i (la qualité lancée, i.e. la taille du lot) pour $i = 1, \ldots, N$.

Le problème peut être formulé comme suit :

$$\text{Maximiser} \quad P(x_i^b \geq d_i, \quad i = 1, \ldots, N | (\pi, x)) \tag{1}$$

$$\text{sous la contrainte} \quad \sum_{j=1}^{N} s_{i_{j-1}, i_j} + (k-1) \sum_{i=1}^{N} t_i + \sum_{i=1}^{N} t_i x_i + T_{rep} \leq T_0, \tag{2}$$

où $(x, \pi) \in (X, \Pi)$, $x = (x_1, \ldots, x_n)$, $x_i \in X_i$ - l'ensemble de toutes les tailles possibles pour le lot i, Π est l'ensemble de toutes les permutations π sur l'ensemble $\{1, \ldots, n\}$. La contrainte (2) assure que le temps total de production ne dépasse pas l'horizon de planification. La somme $(k-1) \sum_{i=1}^{n} t_i$ représente le temps entre le moment d'entrée du premier produit de type i sur la première machine et le moment, quand ce produit sort de l'avant-dernière machine.

Pour résoudre ce problème nous utilisons la méthode de décomposition. En d'autres termes nous divisons le problème (1), (2) en trois parties : voyageur du commerce, permutation et sac à dos et proposons des méthodes de résolution pour chaque problème ainsi obtenu.

Références

[1] Allahverdi A, Gupta JND. A review of scheduling research involving setup considerations. (1999) *International Journal of Management Sciences*, 27:219-239, 1999.

[2] Allahverdi A, Ng CT, Cheng TCE et al. A survey of scheduling problems with setup times or costs. *European Journal of Operational Research*, 187:985-1032, 2008.

[3] Groenevelt H., Pintelon L., Seidmann A. Production lot sizing with machine breakdowns. *Management Science*, 38:104–102, 2008.

[4] Tajbakhsh MM, Zolfaghari S, Lee CG. Supply uncertainty and diversification : a review. *Trends in supply chain design and management, technologies and methodologies*, part 2 :345-368, Springer, London, 2007.