

Modélisation de problèmes multi-niveaux par des problèmes d'optimisation de contraintes quantifiées

Jérémy Vautard, Arnaud Lallouet

GREYC ; Université de Caen - Basse Normandie ; boulevard du Maréchal Juin, BP 5186 - 14032 Caen
CEDEX, France
{jeremie.vautard ; arnaud.lallouet}@info.unicaen.fr

Mots-Clés : *QCSP, problèmes multi-niveaux, problèmes avec adversaire*

1 Introduction

La programmation par contraintes quantifiées permet de résoudre des problèmes résidant au delà de la portée des CSP. Notamment, les QCSP permettent d'exprimer des jeux à deux joueurs et d'extraire une stratégie gagnante pour l'un des joueurs. [1] a introduit une extension à ce formalisme permettant de modéliser de manière aisée les restrictions des mouvements de l'adversaire, par exemple pour représenter les règles d'un jeu, ou pour représenter les capacités limitées d'un opposant réel. [2] illustre notamment ceci dans le cas des problèmes d'ordonnancement avec adversaire. L'optimisation de contraintes quantifiées, étudiée par la suite dans [3], a abouti à un formalisme appelé QCOP⁺ permettant de représenter des problèmes d'optimisation multi-niveaux non linéaires, et de les résoudre. Ces problèmes permettent de représenter des situations où plusieurs entités agissent à tour de rôle, chacune suivant son propre objectif qui est indépendant des autres.

2 Un exemple illustratif

Prenons une situation dans laquelle un éleveur de saumons et une usine chimique sont situés sur une même rivière, l'usine étant en amont. L'éleveur peut produire deux races de saumon, chacune ayant ses propres coûts d'élevage et ses retombées environnementales sur la rivière, tandis que l'usine produit deux produits chimiques, chacune de ces productions ayant aussi un impact écologique sur le cours d'eau, impact qui aura une incidence directe sur la bonne santé du cheptel de l'éleveur, et donc sur sa production. Il est permis à la collectivité territoriale de lever des taxes sur le prix de vente des saumons et des produits chimiques, son objectif étant un compromis entre la bonne santé des deux entreprises et le taux de pollution à l'embouchure de la rivière, donné par un critère f .

Ce problème contient trois décideurs : la collectivité territoriale qui fixe les taxes, l'usine de produits chimiques qui décide de sa production, et l'éleveur, à qui le contrôle de sa production appartient aussi. Les décisions sont prises dans cet ordre : tout d'abord, la collectivité fixe les taxes qu'elle juge utile pour optimiser f . Ensuite, l'usine adaptera sa production en fonction, cherchant à maximiser son bénéfice financier. Enfin, l'éleveur, en fonction de la pollution engendrée par l'usine et des taxes fixées par l'état, cherchera lui aussi à tirer le plus grand bénéfice possible. Ainsi donc, l'action de

l'éleveur dépendra des décisions des deux autres protagonistes, et celle de l'usine ne dépendra que de la décision de la collectivité. En contrepartie, la fonction objectif de la collectivité dépend des décisions du producteur et de l'usine. Les problèmes d'optimisations de l'usine et du pêcheur sont donc eux-même des paramètres du problème d'optimisation de la collectivité.

On trouve d'autres exemples concrets de problèmes multi-niveaux dans l'industrie : par exemple, un opérateur telecom cherchant à fixer des tarifs sur ses infrastructures, sachant que ses clients veulent en tour minimiser leur coût d'acheminement de données, qui dépend des tarifs de l'opérateur ainsi que de l'ensemble des intermédiaires.

3 Résolution de problèmes multi-niveaux

Le concept de problèmes multi-niveaux n'est pas nouveau [7], et les problèmes d'optimisation bi-niveaux sont de plus en plus couramment utilisés dans l'industrie. On trouve dans [5] une étude récente des techniques de résolution de problèmes bi-niveaux (linéaires ou pas), ainsi qu'une série de modélisations de problèmes dans ce formalisme. Cependant, la résolution de problèmes non-linéaires à plus de deux niveaux en est encore à ses balbutiements, même si des approches pratiques commencent à voir le jour [6]. A notre connaissance, il n'existe pas de solveur général permettant de résoudre des problèmes d'optimisation multi-niveaux non linéaires.

Modélisation en QCOP⁺ Nous présentons divers problèmes avec adversaire et problèmes multi-niveaux et montrons leur modélisation en QCOP⁺, ainsi que des résultats expérimentaux sur la résolution de tels problèmes par le solveur QeCode [4].

Références

- [1] M. Benedetti, A. Lallouet and J. Vautard. QCSP Made Practical by Virtue of Restricted Quantification. *20th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, :38–43, 2007.
- [2] M. Benedetti, A. Lallouet and J. Vautard. Modeling adversary scheduling with QCSP⁺. *ACM Symposium on Applied Computing*, :151–155, 2008.
- [3] M. Benedetti, A. Lallouet and J. Vautard. Quantified Constraint Optimization. *Principles and Practice of Constraint Programming, 14th International Conference*, :463–477, 2008.
- [4] The QeCode web page. <http://www.univ-orleans.fr/lifo/software/qecode/QeCode.html>
- [5] B.Colson, P.Marcotte and G.Savard. An overview of bilevel optimization. *Annals of Operations Research*, :235–256, 2007
- [6] R.Narang and S.R.Arora. An enumerative algorithm for non-linear multi-level integer programming problem *Yugoslav Journal of Operations Research*, 2009
- [7] J. Bracken and J. McGill. Mathematical programs with optimization problems in the constraints, *Operations Research*, :37–44, 1973