

Ordonnancement cyclique : une approche par la théorie des tas

Touria CHAFQANE BENRAHOU¹, Laurent HOUSSIN¹

LAAS-CNRS ; Université de Toulouse ; 7, avenue du Colonel Roche, F-31077 Toulouse, France
{ touria.ben-rahhou, houssin }@laas.fr

Mots-Clés : *Ordonnancement cyclique, algèbre $(max, +)$, optimisation discrète.*

1 Introduction

Les problèmes d'atelier à cheminements multiples, communément appelés « jobshop » sont très souvent rencontrés dans le milieu industriel. Ils peuvent souvent être considérés comme des problèmes d'ordonnancement cyclique, où il faut ordonner dans le temps l'exécution répétitive d'un ensemble d'opérations liées par des contraintes de précédence. Ces opérations utilisent souvent un nombre limité de ressources. L'objectif est donc de trouver un cycle de base optimal qui sera répété dans le temps.

L'approche par la théorie des tas pour résoudre les problèmes d'ordonnancement cyclique consiste à le traduire dans une structure mathématique adaptée, de manière à ce que l'évaluation du taux de production du cycle revienne au calcul d'une valeur propre d'un produit de matrices dans lequel chacune des matrices représente une opération élémentaire.

L'objectif de ce papier est de présenter une approche originale [1] : l'approche par la *théorie des tas*. Une méthode de séparation et d'évaluation pour résoudre ce problème d'ordonnancement cyclique est proposée.

2 Présentation du problème

Un ordonnancement constitue une solution au problème d'ordonnancement qui consiste à organiser dans le temps la réalisation de tâches, compte tenu de contraintes temporelles (délais, contraintes d'enchaînement) et de contraintes portant sur l'utilisation et la disponibilité des ressources requises par les tâches. L'ordonnancement décrit l'exécution des tâches et l'allocation des ressources au cours du temps, et vise à satisfaire un ou plusieurs objectifs.

Le principe de l'ordonnancement cyclique consiste à rechercher une solution pour un problème d'ordonnancement *de base*, dans lequel chacune des tâches élémentaires sera programmée dans un intervalle de temps donné. L'ordonnancement final sera composé de la répétition des ordonnancements *de base*. Le temps de cycle correspondant est la période de cet ordonnancement.

3 L'approche par la théorie des tas

Plusieurs approches ont été utilisées pour résoudre les problèmes d'ordonnancement cyclique. Parmi elles, l'approche par réseaux de Petri et plus particulièrement par graphes d'événements temporisés, l'approche par la théorie des graphes et l'approche par programmation linéaire [2].

Une présentation de la théorie des tas est proposée dans [1] où il est montré que ce formalisme est particulièrement intéressant pour évaluer successivement un grand nombre d'ordonnancement. Dans cet article, les tas de pièces sont utilisés comme des automates de type $(max, +)$ lesquels permettent le calcul du makespan à travers la hauteur d'un *tas de pièces* ainsi que le calcul du temps de cycle de l'ordonnancement en étudiant le spectre d'un produit de matrices. L'intérêt de cette méthode réside dans le fait que la complexité de ces calculs est indépendante de l'ordonnancement.

En effet, en suivant la procédure initiée dans [1], on peut construire un modèle de type tas à partir des données d'un problème d'ordonnancement cyclique. Chaque tâche élémentaire produit une pièce et une matrice élémentaire, en fonction des ressources utilisées et en fonction du travail au quel elle appartient. Gaubert et Mairesse démontrent alors que le temps de cycle d'un ordonnancement correspond à la valeur propre d'une matrice résultant d'un produit de matrices élémentaires.

4 Résolution de problème d'ordonnancement cyclique via la théorie des tas

L'objectif est de proposer un nouveau programme de résolution d'un problème d'ordonnancement cyclique en se basant sur la théorie des tas.

Le programme réalisé est basé sur une méthode générique de résolution de problèmes d'optimisation : l'algorithme par séparation et évaluation "branch and bound" qui permet énumérer implicitement toutes les solutions possibles du problème. Cependant, l'analyse des propriétés du problème permet d'éviter l'énumération de larges classes de mauvaises solutions.

En effet, le programme commence par calculer la borne supérieur BS qui correspond au temps de cycle d'un ordonnancement "OF par OF" ¹, puis énumère les différentes séquences de tâches possibles tout en vérifiant que le temps de cycle de ces séquences ne dépasse pas BS au quel cas il coupe et explore une autre branche. Si une séquence de tâches est complète avec un temps de cycle λ inférieur à BS , il remplace cette dernière avec λ . L'exploration prend aussi en compte certaines classes d'équivalence entre les séquences de tâches.

Références

- [1] S. Gaubert and J. Mairesse – *Modeling and Analysis of Timed Petri Nets Using Heaps of Pieces*, IEEE, April 1999.
- [2] C. Hanen and A. Munier – Chapter "Cyclic Scheduling on Parallel Processors : An Overview" *Scheduling Theory and Its Applications*, Wiley, 1995.

¹OF = Ordre de Fabrication