

Optimisation multi-objectif basée sur l'hypervolume de dominance

Matthieu Basseur¹, Rong-Qiang Zeng¹, Jin-Kao Hao¹

LERIA ; Université d'Angers ; 2, boulevard Lavoisier, 49000 Angers, France
{basseur,zeng,hao}@info.univ-angers.fr

Mots-Clés : optimisation multi-objectif, hypervolume, recherche locale, metaheuristique.

1 Introduction

L'étude des métaheuristiques pour l'optimisation multi-objectif est très intense depuis les années 90. Le point très étudié dans ces métaheuristiques concerne l'assignation de la qualité des solutions, qui constitue une difficulté bien connue du domaine en comparaison avec l'optimisation mono-objectif. Pendant longtemps, deux types d'approches concernant l'évaluation de la qualité des solutions étaient principalement proposés. Le premier type d'approche, le plus ancien, consiste à définir une ou des agrégations des différents objectifs et d'appliquer ensuite les méthodes d'optimisation issues du domaine mono-objectif. Le deuxième type d'approche utilise le concept de dominance Pareto afin d'évaluer la qualité des solutions. Ces approches "Pareto", utilisées dans un premier temps dans le cadre des algorithmes évolutionnaires, ont fait leur apparition au milieu des années 90, et sont l'une des causes de la popularité de l'optimisation multi-objectif.

Depuis quelques années, des algorithmes multi-objectif dont l'évaluation de la qualité des solutions est basée sur un indicateur de qualité ont fait leur apparition. Les indicateurs de qualités sont les outils qui étaient utilisés jusqu'alors pour l'évaluation des fronts Pareto après le processus d'optimisation.

Nous nous proposons ici de nous appuyer sur les travaux de Zitzler et Kuenzli [2], qui ont décrit l'algorithme *IBEA* (Indicator-Based Evolutionary Algorithm). Certains principes d'*IBEA* sont réutilisés ici afin de définir une recherche locale multi-objectif basée sur l'indicateur de qualité le plus communément admis pour l'évaluation post-optimisation : l'hypervolume (appelé aussi mesure de Lebesgue).

2 IBEA

L'un des grands domaines de recherche en optimisation multi-objectif concerne l'évaluation des performances des algorithmes testés. En plus des différents protocoles d'expérimentations et tests statistiques effectués, la difficulté réside essentiellement dans la méthode de comparaison de plusieurs ensembles de solutions Pareto. Ce problème difficile a fait l'objet de nombreux travaux. L'opérateur de comparaison le plus connu, le plus utilisé pour l'évaluation post-optimisation et ayant les meilleurs propriétés est certainement la mesure de l'hypervolume de dominance [1].

Le principe d'*IBEA* [2] consiste à définir dans un premier temps le but de l'optimisation, en établissant un opérateur de mesure de performance (par exemple l'hypervolume), et de l'utiliser directement dans le processus de sélection de l'algorithme évolutionnaire. L'algorithme permet l'utilisation de n'importe quel opérateur binaire de performance de la littérature [2], celui-ci pouvant

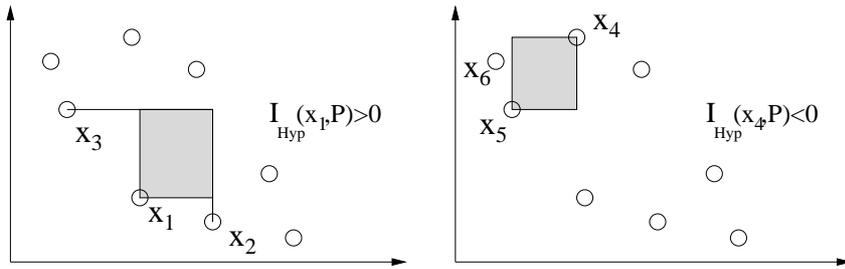


Fig. 1 – $I_{Hyp}(x_i, P)$: indicateur n-aire de qualité - calcul de la différence d'aire de dominance entre $P \setminus \{x_1\}$ et P (à gauche). A droite : x_4 est dominée.

être choisi selon la préférence du décideur. Ainsi, l'algorithme global ne fait pas intervenir d'étape de diversification, celle-ci étant à priori directement prise en compte lors de l'évaluation réalisée par l'indicateur de qualité. Parmi les indicateurs binaires possibles, nous pouvons citer notamment ceux utilisés dans l'article de Zitzler et Kuenzli : le calcul d'hypervolume I_{HD} (Hypervolume Dominance), et l'indicateur I_ϵ (ϵ -dominance). Lors du mécanisme de sélection, le fitness d'une solution A équivaut alors à la perte de valeur de l'indicateur de qualité si on supprime A de la population P .

3 Optimisation multi-objectif par l'hypervolume de dominance

La critique principale que l'on peut faire à l'algorithme *IBEA* est que l'indicateur binaire de qualité I_{HD} ne correspond pas au calcul de la métrique hypervolume utilisé dans le processus d'évaluation post-optimisation. En effet, afin de correspondre à cette métrique, il faudrait que la qualité d'une solution corresponde à l'aire de dominance qui n'est plus dominée par la population si l'on supprime ladite solution. Afin de respecter cela, nous nous devons d'abandonner la notion d'indicateur binaire ; chaque solution est alors évaluée par rapport au reste de la population. La figure 1 illustre ce que l'on souhaite calculer. Afin de pouvoir comparer les différentes solutions dominées, on leur définit une valeur d'indicateur négative correspondant à l'aire maximale formée par le rectangle ayant pour diagonale une solution Pareto et la solution évaluée (voir Fig. 1).

L'étape principale de l'algorithme de recherche locale itérée que nous avons mis au point consiste à générer une nouvelle solution que l'on insère dans la population, évaluer sa qualité par rapport à cette population (en mettant à jour la qualité des autres solutions) puis de supprimer la plus mauvaise solution. La qualité (en terme d'indicateur I_{Hyp}) de chaque solution est susceptible de changer lors de l'insertion d'une solution dans la population. Nous avons mis au point un algorithme permettant de mettre à jour les indicateurs I_{Hyp} en un temps linéaire, et de garder ainsi un algorithme global rapide et performant. Des expérimentations ont été réalisées sur un problème d'ordonnement de type flow-shop bi-objectif (minimisation de la date complétion des jobs et de la somme des retards). Les résultats sont encourageants et nous poussent à approfondir les recherches dans cette voie.

Références

- [1] E. Zitzler : Evolutionary Algorithms for Multiobjective Optimization : Methods and Applications. PhD thesis , ETH Zurich, Switzerland, 1999.
- [2] E. Zitzler and S. Kuenzli : Indicator-based selection in multiobjective search. Proceedings of the 8th parallel problem solving from nature (PPSN VIII) , Lecture Notes in Computer Science, Vol 3242, Springer, 772-781, 2004.
- [3] M. Basseur and E. K. Burke : Indicator-based multiobjective local search. IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC'07) , ISBN 1-4244-1340-0, pp. 3100-3107, Singapore, September 2007.