

# Planification de trajectoires avion optimales et sans conflits

Dougui Nour<sup>1</sup>, Daniel Delahaye<sup>1</sup>, Stéphane Puechmorel<sup>1</sup>, Marcel Mangeau<sup>2</sup>

<sup>1</sup> ENAC ; 7 Avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse, France

nour@recherche.enac.fr delahaye@recherche.enac.fr puechmor@recherche.enac.fr

<sup>2</sup> Institut de Mathématiques Université de Toulouse, UPS 31062 Toulouse, France

mongeau@math.univ-toulouse.fr

**Mots-Clés** : *Planification de trajectoires, géodésiques, Branch and Bound.*

## 1 Introduction

L'analyse de la croissance du trafic aérien prévoit un doublement du nombre de vols dans les vingt prochaines années. Le système de gestion du trafic aérien (ATM) devra augmenter en conséquence la capacité de l'espace aérien tout en assurant un niveau de sécurité et d'interopérabilité au moins équivalent à ce qui existe actuellement. Le projet européen SESAR a été initié afin de proposer des solutions à ce problème. Il s'appuie sur un nouveau concept de contrôle du trafic, appelé trajectoire 4D, et qui consiste à exploiter les possibilités des systèmes de gestion du vol (FMS) afin de garantir les positions des avions à un temps donné. Pour chaque vol, une trajectoire de référence, appelée RBT, est demandée par la compagnie opératrice. Au cours du vol, il peut néanmoins apparaître des situations dites de conflit, dans lesquelles un rapprochement dangereux des aéronefs peut avoir lieu. Dans ce cas, il est nécessaire de modifier une ou plusieurs trajectoires afin de s'assurer que les normes de séparation minimales ( actuellement 5 Nm en horizontal et de 1000 ft en vertical) soient satisfaites. Il est souhaitable de plus que les nouvelles trajectoires proposées devienne le moins possible des RBT. Il existe actuellement deux classes de méthodes permettant cette opération : les algorithmes génétiques [1] et les fonctions de navigation [2]. Chacune n'apporte qu'une réponse partielle : les algorithmes génétiques permettent l'obtention de façon asymptotique de la solution optimale, mais ne garantissent pas l'obtention d'une solution admissible en un temps borné ; les fonctions de navigations quant à elles assurent l'absence de conflit mais éventuellement en tolérant de grandes déviations par rapport à la RBT. L'objectif de la méthode que nous proposons, basée sur une analogie avec l'optique, est de trouver pour chaque avion une trajectoire optimale 4D évitant les conflits et minimisant un critère basé sur une métrique locale.

## 2 L'algorithme de propagation de la lumière

On supposera que la valeur du critère à optimiser est une application associant à une courbe de classe  $C^1$  de  $\mathbb{R}^3$  une valeur réelle positive obtenue en intégrant une métrique locale le long de la courbe. On peut ainsi représenter, par un choix adéquat de métrique locale, la longueur, le temps de parcours ou un coût compagnie associé à une trajectoire. Déterminer une trajectoire

optimale reviendra donc à rechercher une géodésique. Dans cet algorithme, nous utiliserons le fait bien connu qu'un rayon lumineux a pour trajectoire une géodésique en considérant l'indice de réfraction du milieu traversé comme métrique locale. Pour représenter les problèmes de congestion et de conflits qu'on rencontre dans la gestion du trafic aérien, on considérera l'indice comme mesure de la congestion ou de la complexité du trafic, une valeur d'indice barrière étant choisie dans les zones interdites (en particulier pour les volumes de protection entourant chaque aéronef). La solution sera obtenue par une technique de lancer de rayons, le premier rayon atteignant son but correspondant à une géodésique approchée. L'indice de l'environnement dans les zones congestionnées sera calculé en utilisant un modèle basé sur les exposants de Lyapunov [3].

Pour générer une trajectoire, on utilise un algorithme de propagation de fronts d'onde en 3D avec un échantillonnage temporel (la propagation de l'onde est faite avec un pas de temps  $dt$ ) à partir du point de départ. La propagation des fronts d'onde sera guidée par une première solution obtenue par la méthode des fonctions de navigation, ce qui garantira qu'au moins une solution admissible sera donnée. Afin d'éviter une explosion combinatoire, la propagation sera couplée avec un algorithme de Branch and Bound qui permettra d'éviter des lancers de rayons inutiles. Dans notre cas, la trajectoire obtenue par la méthode des fonctions de navigation est échantillonnée avec des demi-sphères de rayon  $dt$ , orientées vers la destination. Ces demi-sphères seront à leur tour échantillonnées avec un pas d'abscisse curviligne  $ds$  et un angle  $d\theta$  afin de construire un arbre initial de recherche pour l'algorithme de Branch and Bound comme le montre la figure 1.

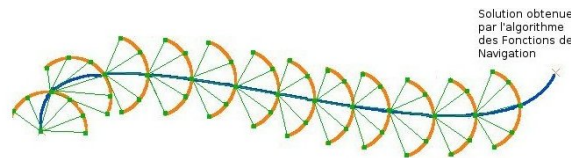


FIG. 1 – Arbre initial pour l'algorithme Branch and Bound

La borne supérieure initiale de l'algorithme sera le temps de parcours de la solution obtenue par l'algorithme des fonctions de navigation. La borne inférieure au niveau de chaque nœud de l'arbre de recherche sera le temps réel pour atteindre ce nœud auquel on ajoute le temps de vol en route directe vers la destination avec la vitesse maximale. L'exploration se poursuit en relançant des rayons lumineux à partir de chaque nœud dans la demie sphère dirigée vers la destination. On commence par examiner les nœuds qui ont la plus petite borne inférieure. L'indice de l'environnement est modifié à chaque pas de temps de l'algorithme car, les avions modifient la congestion en se déplaçant. La solution obtenue sera une géodésique approchée, garantissant une vitesse minimale, point fondamental pour une trajectoire avion. Il est à noter que dans cette approche, chaque avion élabore sa propre trajectoire, mais doit avoir connaissance des positions des autres aéronefs : cette fonctionnalité est prévu dans SESAR, il s'agit du réseau de partage de données SWIM.

## Références

- [1] Nicolas Durand. *Optimisation de Trajectoires pour la Résolution de Conflits en Route*. ENSEEIHT, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1996.
- [2] G. Roussos and G. Chaloulos and K. Kyriakopoulos and J. Lygeros. *Control of multiple non-holonomic air vehicles under wind uncertainty using model predictive control and decentralized navigation function*, IEEE Conference on Decision and Control, December, 2008.
- [3] S. Puechmorel and D. Delahaye. *Dynamical Systems Complexity with a view towards air traffic management applications*, IEEE Conference on Decision and Control, 2009.