Expansion de réseaux de transmission avec re-dimensionnement

Luciano S. Moulin[1], Michael Poss[2], Claudia Sagastizábal[1]

[1] CEPEL, Electric Energy Research Center, Eletrobrás Group, Brazil
moulin@cepel.br, sagastiz@impa.br
[2] Department of Computer Science, Université Libre de Bruxelles, Brussels, Belgium
mposs@ulb.ac.be

Mots-Clés : *réseaux de transmission, dimensionnement de réseaux, formulations “grand M”.*

1 Introduction

La planification à long terme de l'expansion d'un réseau de transmission détermine, sur un horizon de 10 ans ou plus, les investissements optimaux sur les nouvelles lignes de transmission qui vont former un réseau électrique économique et fiable. Notre travail (voir [1]) étudie différents modèles et formulations pour le problème, les comparant sur des réseaux brésiliens réels.

2 Modèles pour l'expansion de réseaux de transmission

Du point de vue de l'optimisation combinatoire, le réseau électrique est un graphe non dirigé (B, Ω) où les noeuds $i \in B$ sont appelés des bus et les arrêtes $k \in \Omega$ des circuits. L'ensemble des circuits est partitionné en un ensemble Ω^0 de circuits existants, et un ensemble disjoint Ω^1 de circuits candidats. Les circuits sont connectés aux bus grâce à une relation linéaire décrite par la matrice d'incidence bus-circuits S. Pour chaque circuit $k \in \Omega$, les indices $i(k)$ et $j(k)$ dénotent, respectivement, la tête et la queue du circuit, tandis que γ_k est la susceptance du circuit, c'est-à-dire, la facilité avec laquelle le courant transite par le circuit k. Le réseau peut possèder des circuits parallèles $k_1, k_2 \in \Omega$, reliant les mêmes bus. Dans ce travail, nous considérons le modèle *linéarisé* suivant :

$$
(\texttt{TEP}) \quad \left\{
\begin{array}{llll}
\min & \sum_{k\in\Omega^1} c_k x_k & & \\
\text{s.t.} & Sf = d_i - g_i & i \in B & \text{(Load)} \\
& f_k - \gamma_k(\theta_{i(k)} - \theta_{j(k)}) = 0 & k \in \Omega^0 & \text{(Kirchoff}^0\text{)} \\
& f_k - \gamma_k x_k(\theta_{i(k)} - \theta_{j(k)}) = 0 & k \in \Omega^1 & \text{(Kirchoff}^1\text{)} \\
& |f_k| \leq \overline{f}_k & k \in \Omega & \text{(FlowBounds)} \\
& 0 \leq g_i \leq \overline{g}_i & i \in B & \text{(GenBounds)} \\
& x_k \in \{0,1\} & k \in \Omega^1\,. &
\end{array}
\right.
$$

Les variables x indiquent quels circuits sont construits, tandis que les variables g et f décrivent la génération d'éléctricité pour chaque générateur et le courant éléctrique sur chaque circuit. Enfin, les variables θ indiquent l'angle de la tension en chaque bus. Les équations des Kirchoff font que θ sont des variables de décision tandis que les flots f sont des variables d'état (elles ne font que décrire l'état du système). Plus précisement, le modèle est dit *linéarisé* parce que le courant f_k entre les bus $i(k)$ et $j(k)$, satisfaisant (Kirchoff^0) ou (Kirchoff^1) selon que k est existant ou candidat, satisfait l'équation linéaire $\gamma_k(\theta_{i(k)} - \theta_{j(k)})$ (notons que $x_k = 0$ implique bien sur $f_k = 0$). Dans le cas des réseaux de transmission, cette linéarisation fournit généralement une solution réaliste. Les équations (Load) impliquent que pour chaque bus, la somme des flots entrants est positive si la demande est supérieure à la génération, négative dans le cas contraire et nulle sinon. Notons que (TEP) ne possède pas la propriété suivante :

Pour tout $x \in \{0,1\}^{|\Omega^1|}$ *donné, avec les composantes* $x_k = \begin{cases} 1 & \textit{for } k \in \Omega' \subset \Omega^1 \\ 0 & \textit{for } k \in \Omega^1 \backslash \Omega', \end{cases}$ *si* x *est réalisable pour* (TEP)*, alors tout vecteur* $\tilde{x} \in \{0,1\}^{|\Omega^1|}$ *tel que* $\tilde{x} \geq x$ *est également réalisable pour* (TEP)*.*

Ainsi, ajouter un ou plusieurs circuits à un réseau en parfait état de fonctionnement peut rendre ce dernier inopérationnel. C'est pourquoi nous introduisons un nouveau modèle, ($\mathtt{TEP_R}$), déduit de (TEP) en remplaçant les contraintes (Kirchoff^0) et (Kirchoff^1) par l'unique groupe de contraintes ci-dessous, permettant ainsi de déconnecter certains circuits du réseau :

$$f_k - \gamma_k x_k(\theta_{i(k)} - \theta_{j(k)}) = 0 \qquad k \in \Omega.$$

3 Résultats numériques

A la fois (TEP) et ($\mathtt{TEP_R}$) possèdent des contraintes bilinéaires non convexes ce qui les rend très difficile à résoudre. Notre méthode de résolution utilise des reformulations "grand M". Dans [1], nous avons comparés différentes formulations et calculé la valeur minimale pour chacun des paramètres "grand M". Les écarts très importants entre la solution de la relaxation linéaire (LP relax) et la valeur optimale (Optimal) décrites dans le tableau 1, confirment la faiblesse des reformulations "grand M". Notons que ces différentes formulations fournissent la même relaxation linéaire pour les deux modèles, (TEP) et ($\mathtt{TEP_R}$).

	Circuits		(TEP)		($\mathtt{TEP_R}$)	
name	$\lvert\Omega^0\rvert$	$\lvert\Omega^1\rvert$	Optimal	LPrelax	Optimal	LPrelax
IEEE RTS 24-bus	38	102	152	75 – 50 %	152	68.8 – 55%
Brazil South	62	237	154.4	82 – 47%	146.2	71.8 – 51%
Brazil South R	62	237	72.87	41 – 44%	63.2	33 – 48%
Brazil Southeast	156	429	424.8	173 – 59%	$\leq$ 405.9	120 – N.A.

Tab. 1 – Solution optimales et relaxations linéaires.

Nous voyons dans le tableau 1 que le modèle ($\mathtt{TEP_R}$) induit des réductions de coùt de $\mathbf{7{,}09} = 70.29 - 63.2$, $\mathbf{8.2} = 154.4 - 146.2$ et $\mathbf{18.9} = 424.8 - 405.9$ pour les trois réseaux brésiliens. Ces réductions significatives montrent que, du moins sur les instances testées, il y a un net intérêt à permettre le re-dimensionnement.

Références

[1] Luciano S. Moulin, Michael Poss, Claudia Sagastizábal. Transmission expansion planning with re-design. *Optimization Online preprint.*