Une approche par jeu stochastique pour optimiser des politiques climatiques régionales

Julien Thénié[1], Olivier Bahn[2], Laurent Drouet[1], Alain Haurie[1], Roland Malhamé[2]

[1] ORDECSYS ; Rue du Gothard 5, CH 1225 Chêne Bourg, Suisse
jthenie@ordecsys.com
[2] GERAD ; HEC Montréal ; 2920, Chemin de la tour, Montréal (Québec) Canada

Mots-Clés : *jeu stochastique, changement climatique, modélisation algébrique.*

1 Problème de contrôle stochastique

Les auteurs proposent une modélisation économique intégrant :
- une économie avec carbone, où le niveau d'émission nécessaire pour produire est élevé.
- une économie sans carbone, où le niveau d'émission requis pour la même production est beaucoup moins élevé.

Nous considérons deux types distincts de capital. Le capital sans carbone ne peut contribuer à la production avant l'apparition de la technonologie propre. L'investissement dans le capital sans carbone avant l'apparition de la technologie propre (correspond à de la R&D) va augmenter la probabilité de l'apparition de la technologie propre.

Le modèle développé [1, 2] est un modèle de croissance tel RICE [3] dans lequel les variables de décision sont les investissements dans les deux types de capitaux (avec ou sans carbone). Les dommages dus au changement climatique sont pris en compte à travers un facteur de perte économique appliqué à l'économie. Les variables d'état sont (i) le niveau de capital sans carbone K_1, (ii) le niveau de capital propre K_2, (iii) la concentration de carbone dans l'athmosphère M et (iv) une variable binaire indiquant si la technologie propre est disponible ($\xi = 1$) ou non ($\xi = 0$). On note le capital $K = (K_1, K_2)$, l'état $x = (K, M, \xi)$ et les variables de décisions u. Une fonction récursive permet de décrire la dynamique du système, les variables d'état et de décision étant indicées par le temps. Il est maintenant aisé de formuler le problème d'optimisation après τ_1, moment où $\xi = 1$:

$$V^1(\tau^1, x^1) = \max_{u(\cdot)} e^{\rho\tau^1} \int_{\tau^1}^{\infty} e^{-\rho t} L^1(t, x(t), u(t))\, dt \tag{1}$$

sous les contraintes :

$$\dot{x}(t) = f^1(t, x(t), u(t));\ u(t) \in U(t);\ t \geq \tau^1;\ x(\tau^1) = x^1. \tag{2}$$

On résout ce problème pour un grand nombre d'états initiaux possibles (une grille à 3 dimensions pour K_1, K_2 et M) en utilisant GAMS+CONOPT. On réalise (par une méthode de moindre carré) une approximation log-linéaire de la fonction valeur V^1 :

$$a(\tau)K_1(t)^{b(\tau)}K_2(t)^{c(\tau)}M(t)^{d(\tau)}$$

En utilisant cette approximation, nous sommes en mesure de formuler le problème général de fonction objectif :

$$V^0(x^0) = \max_{u(\cdot)} E_{K_2(\cdot)} \left[\int_0^{\tau^1} e^{-\rho t} L^0(t, x(t), u(t))\, dt + e^{-\rho \tau^1} V^1(\tau^1, x^1(\tau^1)) \right] \text{où } \tau_1 \text{ est stochastique.}$$

On peut alors formuler facilement l'équivalent déterministe du problème de contrôle stochastique à horizon infini ci-dessus et le résoudre.

2 Jeu stochastique

Sur base de la formulation précédente, nous formulons un jeux stochastique dans lequel deux groupes de nations (Pays développés vs. Reste du monde) investissent indépendamment dans leurs deux types de capitaux. Les liens les unissant sont :
- l'investissement en capital propre avant l'apparition de la technologie propre (R&D) influence la probabilité d'apparition de cette technologie indépendamment du joueur.
- les dommages individuels sont fonction de la concentration globale.

La formulation du problème de contrôle précédent est présenté, et résolu par méthode COBWEB. Les politiques optimales trouvées sont comparées à des approches déterministes et "business as usual".

3 Automatisation

Fort de leur expérience dans l'automatisation de formulation de problème stochastique [4], les auteurs ont collaboré au développement d'un outil informatique appelé OPTRUN ([5]) permettant la résolution complète du problème qui passe par :
- la standardisation de fichier d'entrée-sortie,
- la modification des fichiers de modélisation du problème à travers des scripts Perl et Java,
- le lancement automatique de la résolution des problèmes d'optimisation intermédiaires.

Cette automatisation permet de résoudre de façon plus aisée l'approche proposée et ouvre des possibilités pour résoudre des problèmes plus complexes, comportant par exemple deux sauts stochastiques (technologie propre et sensibilité du climat), une grille de valeurs d'états initiaux plus fine et éventuellement dynamiquement modifiable en fonction de l'évolution des résultats intermédiaires et enfin une parallélisation possible de l'optimisation des sous problèmes V^2 qui sont tous indépendants.

Références

[1] Bahn Olivier, Alain Haurie. A class of games with coupled constraints to model international GHG emission agreements. *International Game Theory Review*, 10:337–362, 2008.

[2] Bahn Olivier, Alain Haurie, Roland Malhamé. A stochastic control model for optimal timing of climate policies *Automatica*, 44:1545-1558, 2008.

[3] Nordhaus, W. D., Yang, Z. RICE Ñ A regional dynamic general equilibrium model of alternative climate change strategies. *American Economic Review*, 86 :741-765, 1996.

[4] Thénié Julien, Jean-Philippe Vial, Christian van Delft. Automatic formulation of stochastic programs via an algebraic modeling language *Computational Management Science*, 4(1):17-40, 2007.

[5] Haurie Xavier OPTRUN 1.0 Manual reference *Logimake Technical Report*, 2009.