Coloration de graphe avec listes pour la planification des véhicules en multidépôt

Benoît Laurent[1] Jin-Kao Hao[2]

[1] Heurisis ; 8 rue Le Nôtre, 49066 Angers Cedex 01, France
blaurent@heurisis.eu
[2] LERIA ; Université d'Angers ; 2 boulevard Lavoisier, 49045 Angers Cedex 01, France
jin-kao.hao@univ-angers.fr

Mots-Clés : *Planification des véhicules multidépôt, coloration avec listes, recherche locale itérée.*

1 Présentation du problème

La planification des véhicules en multidépôt intervient dans le transport routier de voyageurs. Le problème consiste à affecter des véhicules aux courses en minimisant les ressources utilisées. Une course correspond à une mission de transport. Elle est définie par des lieux et horaires de départ et d'arrivée. Nous prenons en compte une flotte de véhicules hétérogène dans cette étude.

Les données d'entrée pour le problème de planification des véhicules sont les suivantes :
- Un ensemble de courses commerciales pour lesquelles sont spécifiés le nombre de places nécessaires et la catégorie de véhicule requise.
- Un ensemble de véhicules répartis sur différents dépôts de capacité finie.
- Les temps de trajets entre tous les lieux impliqués dans le problème.

Un planning réalisable doit satisfaire quatre types de contraintes :
- *Couverture complète* : toutes les courses sont couvertes par un véhicule et un seul.
- *Catégories* : chaque course requiert une certaine catégorie de véhicule en fonction du niveau de confort et des équipements. Certaines substitutions sont parfois autorisées.
- *Faisabilité des services* : deux courses réalisées par un même véhicule doivent être compatibles.
- *Attachement au dépôt* : un véhicule doit retourner en fin de service au dépôt d'où il est parti.

L'objectif à minimiser porte sur le nombre de véhicules utilisés.

2 Approche de résolution

Dans ce travail, nous introduisons une transformation du problème de planification des véhicules en un problème de coloration de graphe avec listes, noté PCG$-\mathcal{L}$ [1]. De façon générale, un problème de coloration de graphe avec listes est une extension du problème bien connu de coloration de graphe (PCG). Il survient lorsqu'à chaque sommet sont associées des restrictions sur les couleurs autorisées [4]. Afin de modéliser le problème de planification des véhicules, nous définissons un graphe non orienté des incompatibilités $G = (V, E)$ où :
- l'ensemble des sommets V correspond aux courses ;

- la liste des couleurs spécifiées L_i pour chaque sommet i correspond aux véhicules qui peuvent gérer la course indicée par i ;
- une paire de sommet $(v_i, v_j) \in V^2, i < j$ est jointe par une arête de E si les courses correspondantes sont incompatibles. Le cas se produit si elles ne peuvent être gérées par un même véhicule à cause des horaires et des temps de parcours ou si elles ne peuvent être assurées par au moins un véhicule commun.

La transformation proposée du problème original en problème de coloration de graphe avec listes permet de modéliser une version de décision du problème. Afin de gérer la version optimisation, nous introduisons une borne supérieure BS sur le nombre maximal de véhicules (= nombre de couleurs) qui peuvent être utilisés, définissant ainsi le PCG$-\mathcal{L} - BS$.

L'idée générale de notre approche consiste à résoudre une série de PCG$-\mathcal{L} - BS$ où BS restreint le nombre de couleurs dans la coloration courante. Notre algorithme suit le schéma de la recherche locale itérée [2] avec une alternance de phases d'intensification et de diversification :

1. Initialement, BS correspond à la taille de la flotte disponible. Aucun sommet n'est colorié.
2. Rechercher une $\mathcal{L} - BS$ coloration avec une méthode tabou (intensification). Celle-ci intègre notamment un mécanisme de voisinage basé sur les chaînes d'éjections.
3. Si une coloration est trouvée, $BS = BS - 1$. Sinon, BS reste inchangée.
4. Choisir un sous-ensemble de couleurs et effacer les sommets portant ces couleurs (diversification). Retour à 2.
5. Si le temps de calcul ou la borne (voir Section 3) sont atteints, reporter la meilleure solution trouvée.

3 Résultats

Les expériences que nous avons menées reposent sur 7 instances provenant de situations réelles. Celles-ci comptent jusqu'à 683 courses, 62 dépôts et 182 véhicules.

Pour évaluer la qualité des solutions, nous avons procédé à un calcul de borne inférieure en résolvant un problème de clique maximale [3]. Nous avons parallèlement résolu le problème relaxé, c'est-à-dire sans tenir compte des restrictions de liste. Dans ces conditions, la taille de la clique maximale $\omega(G)$ a toujours été égale au nombre chromatique $\chi(G)$ du problème relaxé. Ceci démontre la validité de la borne inférieure. Cela signifie également que les graphes rencontrés sont 1-parfaits.

Nous obtenons au final des résultats de très bonne qualité [1] puisque le nombre de véhicules atteint la borne pour 2 instances sur les 7 et l'écart n'excède jamais 4% par rapport à cette borne.

Références

[1] B. Laurent and J. K. Hao. List Graph Colouring for Multiple-Depot Vehicle Scheduling. *International Journal of Mathematics in Operational Research*, 1(1/2):228–245, 2009.

[2] H.R. Lourenço, O.C. Martin and T. Stützle. *Iterated Local Search*, Handbook of Metaheuristics, F. Glover and G. Kochenberger, p.321-353, Kluwer Academic Publishers, 2002.

[3] W. Pullan and H.H. Hoos. Dynamic local search for the maximum clique problem. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 25:159–185, 2006.

[4] Z. Tuza. Graph colorings with local constraints - a survey. *Discussiones Mathematicae - Graph Theory*, 17(2):161–228, 1997.