

# Commande optimale : application aux procédures de décollage et atterrissage des avions de ligne

Mohamed Houacine<sup>1</sup>, Salah Khardi<sup>1</sup>

Institut National de Recherche sur les Transports et leur Sécurité, Laboratoire Transports et Environnement ; 25, Avenue François Mitterrand, F-69675 Bron Cedex  
{mohamed.houacine,salah.khardi}@inrets.fr

**Mots-Clés** : *Procédures de vol, commande optimale, impact environnemental.*

Les émissions sonores et polluantes gagnent un intérêt croissant dans le domaine de la conception et de l'exploitation des avions commerciaux. Les personnes vivant à proximité des aéroports sont les plus exposées lors des phases d'atterrissage et de décollage. Cette étude vise à enquêter sur les profits dus à l'optimisation des paramètres de vol afin de réduire les nuisances sonores et la consommation de carburant pendant le décollage et l'atterrissage. Ceci afin d'apporter des éléments de réponse à un problème de santé publique émergeant au centre de multiples enjeux socio-économiques.

La difficulté rencontrée lorsque on s'attaque à ce problème est le fait que celui-ci est pluridisciplinaire et qu'il croise de multiples compétences en optimisation mathématique, en physique, en acoustique et en thermodynamique. Quelques tentatives d'aborder le sujet existent dans la littérature (Virtanen et al. [5] et Khardi et al. [2]). Cependant, aucune d'entre elles n'a encore réussi à résoudre de façon définitive le problème et ceci pour diverses raisons : La première est qu'il existe très peu, voir parfois pas, de modèles de sources acoustiques d'un avion exploitables en optimisation. Les fonctions qui décrivent la consommation en carburant des moteurs sont de deux sortes : dépendance linéaire de la poussée générée par le moteur avec un facteur de consommation constant. Ou bien une dépendance linéaire de la poussée avec un facteur calculé par une analyse de cycle thermodynamique du moteur (dépendant de l'état de l'appareil). Deuxièmement, la complexité du problème puisqu'il est de la classe des *Problèmes de Commande Optimale* [1]. Ces problèmes se distinguent des autres problèmes d'optimisation par le fait qu'ils comportent un système d'équations différentielles dans leurs corps de contraintes.

La contribution principale de notre soumission est l'approche de modélisation du problème bicritère comme un problème de commande optimale de forme générale (mono objectif) sans avoir recours à une agrégation pondérée des deux critères. Le model obtenu est résolu par une méthode de collocation proposée par Rao et al. [3], dite pseudospectrale de Gauss, qui consiste à normaliser le temps  $t \in [t_0, t_f]$  pour se ramener à un intervalle  $\tau \in [-1, 1]$ , puis subdiviser ce dernier à l'aide de  $N$  points racines du polynôme de Legendre d'ordre  $N$  en  $\tau$ . Afin de calculer des dérivées numériques plus fidèles aux dérivées exactes des fonctions  $X(\tau)$  et  $U(\tau)$  (état et commande), nous approchons ces dernières par des polynômes d'interpolation de Lagrange aux  $N + 1$  points définis par la subdivision de l'espace temps et le point final. Le problème discrétisé s'écrit au final comme un programme non linéaire et non convexe que nous résolvons par un algorithme SQP. Nous obtenons donc des lois de commande réduisant les nuisances sonores perçues au sol et la consommation de carburant des appareils lors des phases d'atterrissage et de décollage. Une étude comparative des résultats obtenues par l'optimisation du bruit et du carburant simultanément, puis séparément nous mène à quelques conclusions intéressantes.

Les critères d'optimisation sont calculés de la manière suivante : Une analyse thermodynamique d'un turboréacteur à double flux est effectuée pour obtenir les paramètres d'état à la sortie du moteur. Ceci permet le calcul d'un indicateur de bruit de jet donné par Stone [4]. La même analyse permet le calcul d'un coefficient de consommation instantanée utilisé dans la dépendance linéaire de la consommation en fonction de la poussée générée.

La méthode proposée est mise en oeuvre sous MATLAB et a été expérimentée. Des résultats sont obtenus et semblent être intéressants.

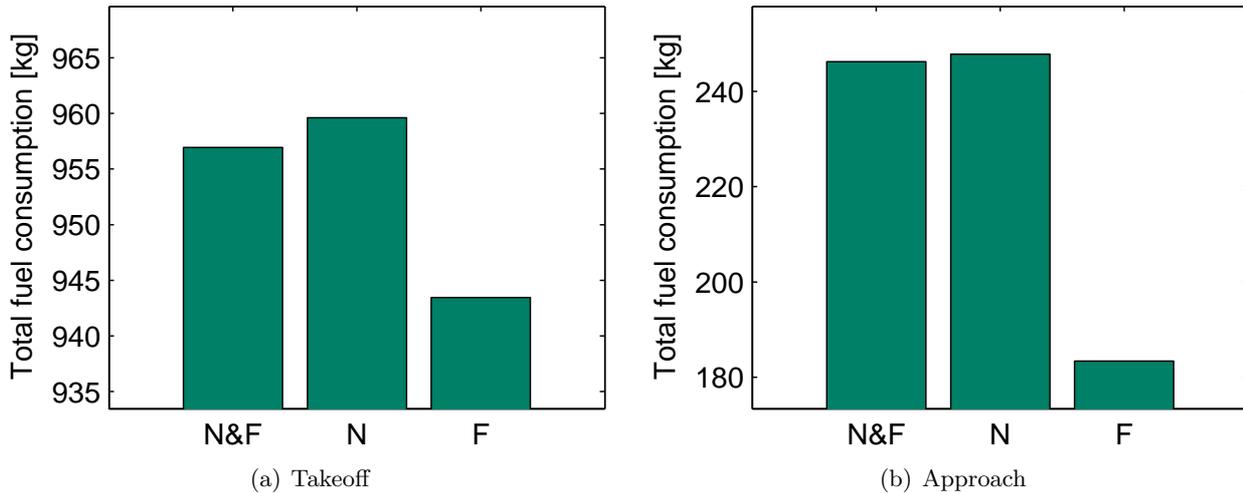


FIGURE 1 – Total fuel after optimization (N&F : noise and fuel, N : only noise, F : only fuel)

A titre d'exemple, concernant la consommation de carburant dans la phase décollage, nous notons une diminution de  $-0.28\%$  dans le cas où nous minimisons le bruit et la consommation simultanément, comparé au cas où nous minimisons le bruit uniquement. Ce qui équivaut à  $-2.68$  kg par décollage (Lyon Saint Exupéry : 128397 mouvements en 2006  $\Rightarrow$  344.1 tonnes de carburant brûlé en moins).

## Références

- [1] P. Bertsekas Dimitri. *Dynamic Programming and Optimal Control*. Athena Scientific, 2007.
- [2] S. Khaldi, L. Abdellah, O. Konovalova, and M. Houacine. Optimal approach minimizing aircraft noise and fuel consumption. *Acta Acustica*, 95, 2009.
- [3] Anil V. Rao, David A. Benson, Camila Francolin Christopher Darby, Michael A. Patterson, Ilyssa Sanders, and Geoffrey T. Huntington. Gpops : A matlab software for solving multiple-phase optimal control problems using the gauss pseudospectral method. *ACM Transactions on Mathematical Software*, June 2009. Accepted for publication (to appear).
- [4] J. R. Stone. An improved method for predicting the effects of flight on jet mixing noise. TM 79155, NASA, 1979.
- [5] K. Virtanen, H. Ehtamo, T. Raivio, and R. P. Hamalainen. Viato : Visual interactive aircraft trajectory optimization. *IEEE transactions on systems, man and cybernetics. Part C, Applications and reviews ISSN 1094-6977 CODEN ITCRFH*, 29(3) :409–421, 1999.