

# Une approche par contraintes du problème de placement de rectangles avec contrainte guillotine

François Clautiaux<sup>1</sup>, Antoine Jouglet<sup>2</sup>, Aziz Moukrim<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille, UMR USTL/CNRS 8022,  
Bâtiment M3, UFR IEEA, 59655 Villeneuve d'Ascq, France  
francoisclautiaux@gmail.com

<sup>2</sup> Heudiasyc, UMR CNRS 6599, Université de Technologie de Compiègne, BP 20529, 60205 Compiègne  
{antoine.jouglet, aziz.moukrim}@hds.utc.fr

**Mots-Clés :** *placement, contrainte guillotine, graphe, programmation par contraintes*

## 1 Le problème de placement de rectangle avec contrainte guillotine

Le problème de placement de rectangles avec contrainte guillotine consiste à déterminer si un ensemble de rectangles (les articles) peuvent être coupés dans un rectangle plus grand (le bin). La contrainte guillotine impose qu'un patron de découpe soit tel que les différentes pièces puissent être extraites uniquement par des "coupes guillotine". Une coupe guillotine est une coupe parallèle à l'un des côtés du rectangle allant d'un bord à l'autre. Ce problème est à la base de problèmes de placement apparaissant dans de nombreux secteurs industriels, confrontés à des problèmes de découpe de matières premières comme dans le secteur du textile, la confection, la métallurgie, l'industrie papetière, l'industrie du bois, etc. Dans une optique de réduction des coûts et d'impacts environnementaux, l'objectif est de diminuer la quantité de matériau perdu dans les chutes. Ce problème est NP-complet puisqu'il généralise le problème classique de bin-packing en 1 dimension.

## 2 Un nouveau modèle graphe

A notre connaissance, on peut trouver dans la littérature deux alternatives pour résoudre ce problème. La première approche [1] consiste à couper itérativement le bin en deux rectangles en utilisant des coupes horizontales ou verticales, jusqu'à ce que les rectangles attendus soient obtenus. La seconde approche [2] fusionne récursivement les articles dans des plus grands rectangles en utilisant la notion de *builds* [3] verticaux ou horizontaux.

Dans cet exposé, nous proposerons une troisième méthode basée sur un modèle théorique de graphe qui permet de représenter des solutions du problème de découpe même avec un nombre de dimensions plus élevé. Dans notre modèle, les sommets sont associés aux articles et les arcs correspondent à des relations entre articles. Un arc modélise ici une coupe. À chaque arc du sommet est alors associée une couleur correspondant à une coupe verticale ou horizontale. Des propriétés récursives spécialement

élaborées pour modéliser la contrainte guillotine permettent de définir un sous-ensemble de graphes appelés “graphes guillotines dominants” qui permettent de modéliser des ensembles de solutions ayant la même structure algorithmique. Nous obtenons alors un modèle où l’espace de recherche est fortement réduit par rapport aux modèles traditionnels issus du problème sans la contrainte guillotine.

### 3 Une approche par contraintes

A partir de ce modèle, nous avons élaboré une méthode basée sur la programmation par contraintes et qui permet de résoudre exactement le problème. Des techniques de propagation dédiées à ce modèle ont été élaborées. La méthode a été testée sur des instances de la littérature pour le problème de strip-packing où il s’agit de trouver la hauteur minimum d’un bin de largeur donné dans lequel peuvent être découpés les articles. La méthode obtenue permet d’améliorer considérablement les meilleurs résultats connus pour ce problème [4, 5].

### Références

- [1] N. Christofides and E. Hadjiconstantinou. An exact algorithm for orthogonal 2-d cutting problems using guillotine cuts. *European Journal of Operational Research*, 83 :21–38, 1995.
- [2] K.V. Viswanathan and A. Bagchi. Best-first search methods for constrained two-dimensional cutting stock problem. *Operations Research*, 41:768–776, 1993.
- [3] P.Y. Wang. Two algorithms for constrained two-dimensional cutting stock problems. *Operations Research*, 31:573–586, 1983.
- [4] M. Hifi. Exact algorithms for the guillotine strip cutting/packing problem. *Computers and Operations Research*, 25(11):925–940, 1998.
- [5] A. Bekrar and I. Kacem. An exact method for the 2d guillotine strip packing problem. *Advances in Operations Research*, 2009(732010):1–20, 2009.