Graphes d'arcs circulaires et algorithme mémétique pour le problème de la clique maximum

Duc-Cuong Dang[1], Aziz Moukrim[1]

Université de Technologie de Compiègne
UMR CNRS 6599, BP 20529, 60205 Compiègne, France
{duc-cuong.dang, aziz.moukrim}@hds.utc.fr

Mots-Clés : *clique maximum, graphes d'arcs circulaires, algorithme génétique.*

1 Introduction

Nous nous intéressons au problème de la clique maximum (PCM) où il s'agit de déterminer un sous-ensemble de sommets S de cardinalité maximum dans un graphe $G = (V, E)$, tel que les sommets de S sont deux à deux adjacents. Le PCM est un problème NP-Difficile [3]. Etant donnée l'efficacité des algorithmes mémétiques sur plusieurs problèmes d'optimisation combinatoire [2, 4], nous avons développé une approche spécifique basée sur une identification optimale utilisant des graphes d'arcs circulaires.

2 Graphes d'arcs circulaires et identification optimale

Etant donnée une permutation de l'ensemble des sommets du graphe G, une identification *naïve*, i.e un simple découpage, consiste à déterminer la plus grande clique S constituée de sommets se trouvant côte à côte dans la permutation. Nous avons développé une autre identification plus efficace basée sur l'extraction d'un sous-graphe d'arcs circulaires du graphe G. Pour une séquence π des sommets de G, nous notons I_i^π la plus grande sous-séquence commençant par le sommet $\pi[i]$ tel que tous ses sommets $\pi[i+l]$ $(l > 0)$ soient adjacents à $\pi[i]$ dans G. L'ensemble $X = \{I_i^\pi, 1 \leq i \leq n\}$ (n est le nombre de sommets de G) représente le graphe d'intervalles G^π. Si la séquence π est considérée circulaire, chaque intervalle I_i^π peut être prolongé par J_i^π commençant par le premier sommet de la permutation (voir Figure 1). De même, l'ensemble $Y = \{I_i^\pi \cup J_i^\pi, 1 \leq i \leq n\}$ représente un graphe d'arcs circulaires $\hat{G}^\pi$. Nous avons montré que G^π et $\hat{G}^\pi$ sont des sous-graphes de G. Comme la recherche d'une clique maximum dans ces graphes d'arcs circulaires est de complexité $O(m)$ (m est le nombre d'arêtes du graphe) [1], nous avons un procédé pour identifier de façon optimale une clique maximum du sous graphe $\hat{G}^\pi$ associé à la permutation π.

L'avantage de cette identification optimale repose sur la séparation de la résolution du problème en deux phases d'optimisation avec la possibilité d'appliquer des techniques appropriées d'amélioration. Dans notre cas, un algorithme génétique est utilisé comme schéma global pour trouver la bonne séquence π donnant la meilleure solution identifiée en utilisant les graphes d'arcs circulaires. De même, chaque solution identifiée est améliorée en faisant appel à une procédure de recherche locale.

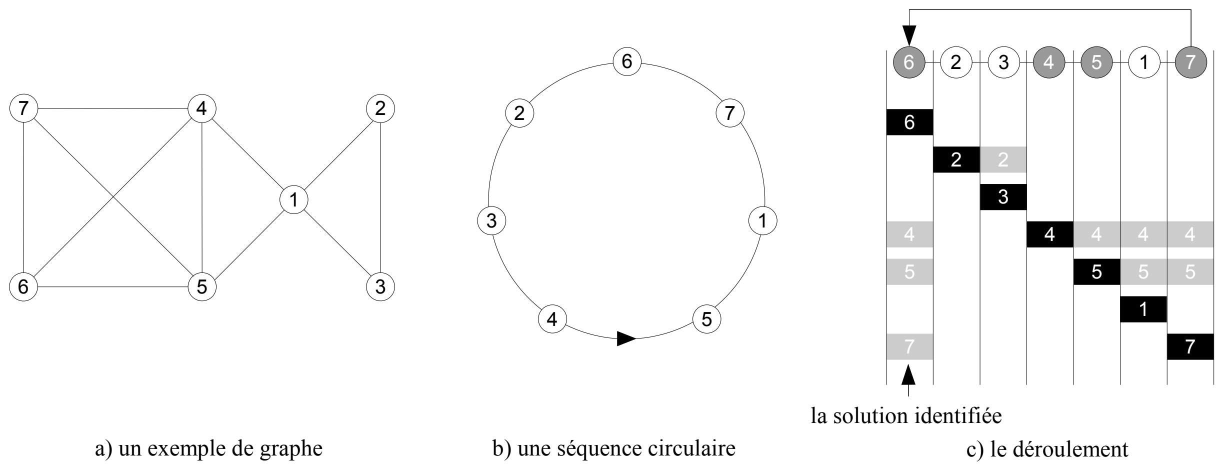

FIGURE 1 – Un exemple de la procédure d'identification.

Dans le schéma de l'algorithme génétique, l'insertion d'un nouvel individu implique l'éjection de l'individu ayant la plus mauvaise évaluation dans la population. Les algorithmes utilisés dans la recherche locale sont basés sur des heuristiques itératives d'éjection et de complétion.

3 Expérimentations

Après plusieurs tests sur les instances de DIMACS, nous avons retenu les paramètres suivants pour notre algorithme mémétique : la taille de la population est fixée à 40 ; l'algorithme s'arrête au bout de n itérations consécutives sans amélioration du meilleur individu ; chaque nouvel individu issu du processus de croisement a une probabilité de $pm = 1 - n_i/n$ (n_i est le nombre d'itérations consécutives sans amélioration) d'entrer dans la recherche locale. Nos expérimentations sur les instances de DIMACS montrent que les algorithmes génétiques permettent d'obtenir également de très bons résultats pour le problème de la clique maximum.

Références

[1] B. K. Bhattacharya and D. Kaller. An $O(m + n \log n)$ algorithm for the maximum-clique problem in circular-arc graphs. *Journal of Algorithms*, 25(2) :336–358, 1997.

[2] H. Bouly, D-C. Dang, and A. Moukrim. A memetic algorithm for the team orienteering problem. *4OR : A Quarterly Journal of Operations Research*, 2009.

[3] M. R. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability : A guide to the Theory of NP-Completeness.* Freeman, San Francisco, CA, USA, 1979.

[4] C. Prins. A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicule routing problem. *Computer & Operations Research*, 31, 2004.