

Allocation de ressources avec préférences ordinales : étude des graphes de majorité

Yann chevaleyre¹, Sylvia Estivie², Nicolas Maudet¹, Wassila Ouerdane¹

¹ LAMSADE, Université Paris-Dauphine, Paris, France

{yann.chevaleyre,nicolas.maudet,wassila.ouerdane}@lamsade.dauphine.fr

² LAMIH, Université de Valenciennes, F-59313 Valenciennes, France

sylvia.estivie@univ-valenciennes.fr

Mots-Clés : *Allocation de ressources, préférences ordinales, graphe de majorité*

1 Allocation de ressources et préférences ordinales

Le problème de l'allocation de ressources se situe au carrefour de deux disciplines : l'informatique dans le domaine des systèmes multi-agents et l'économie dans le domaine du choix social. Ce problème est un cadre très général où un ensemble de ressources doivent être allouées à un ensemble d'agents. Ce cadre recouvre un grand nombre d'applications [1].

Cependant, lors de l'affectation des ressources aux agents, le système doit faire en sorte que l'allocation soit à la fois équitable et efficace. Or ces deux objectifs – efficacité et équité – sont contradictoires. Il paraît évident que l'on ne peut pas satisfaire au mieux un agent sans nuire à la satisfaction des autres agents. En effet, souvent les objectifs individuels d'efficacité des agents sont opposés et il en est de même pour l'objectif d'équité qui peut, lui aussi tirer dans le sens opposé de l'objectif d'efficacité. Jusqu'alors, le problème de l'allocation de ressources a majoritairement été formulé avec des préférences cardinales où les critères à satisfaire étaient la Pareto optimalité ou différentes mesures de bien-être social telle que le bien-être social utilitaire, l'absence d'envie, ... [2], [3], [4]

Cependant, il est pertinent de s'intéresser également au cas peu étudié, où les préférences sont ordinales. Dans ce cas, il va être nécessaire de remplacer ces critères à satisfaire par des critères plus adaptés au cas ordinal. La théorie du choix social fournit des règles de vote que l'on va pouvoir employer pour agréger les préférences ordinales des différents agents.

Cette problématique en apparence très proche d'un problème de vote sur des domaines combinatoires s'en différencie pour la raison suivante. Les agents n'expriment pas leurs préférences sur des allocations mais sur des bundles qu'ils vont être amenés à posséder, et donc ils sont indifférents aux ressources possédées par les autres agents. On parle d'absence d'externalité.

Cette absence d'externalité n'implique en aucun cas une structure particulière sur les préférences d'un agent vis à vis des bundles possédés. Par contre, cela a des conséquences très importantes sur les préférences d'un agent sur l'ensemble des allocations i.e. toutes les allocations pour lesquelles un agent posséderait les mêmes ressources lui seraient indifférentes.

Dans la suite de ce travail, nous allons étudier ces régularités pour une grande famille de règles de vote : celles s'appuyant sur le graphe de majorité [5].

2 Graphe de majorité et vainqueurs de Condorcet

Définition 1 (Graphe de majorité) *Etant donné un problème d'allocation de ressources tel que \mathcal{R} est un ensemble de ressources à répartir entre un ensemble d'agents exprimant ses préférences sous*

forme d'un ordre partiel sur des bundles de ressources. Le graphe de majorité pour l'agent i G_{a_i} est le graphe où les noeuds sont l'ensemble des allocations possibles A et pour toutes allocations $A_i, A_j \in A$ il y a un arc orienté de A_i vers A_j dans G_{a_i} (noté $A_i > A_j$) ssi l'agent a_i préfère l'allocation A_i à A_j .

Nous avons choisi de nous intéresser aux graphes de majorité car de nombreuses règles de vote (telles que Condorcet, Slater, ...) s'appuient sur ces graphes. Son étude nous donne beaucoup d'informations sur la façon dont ces règles de vote peuvent être appliquées, et le résultat escompte. Nous allons maintenant montrer qu'ici l'absence d'externalités a un impact important sur ce graphe.

Il existe un résultat en théorie des votes montrant que tout graphe de majorité est réalisable, en ce sens qu'il existe toujours un ensemble de votants dont les préférences génèrent ce graphe. Or, à cause de l'absence d'externalités, ceci n'est plus vrai dans le cadre de l'allocation de ressources multi-agent (MARA).

Plus généralement, les graphes de majorité en MARA exhibent une structure particulière, du à cette absence d'externalité. Plus précisément, lorsque dans un graphe de majorité, nous avons une allocation A_1 préférée à A_2 ($A_1 > A_2$), alors pour toutes les autres allocations $A'_1, A''_1, A'''_1, \dots$ où l'agent possédera les mêmes bundles que dans A_1 alors ces allocations seront également préférées à A_2 . De plus, il ne pourra exister d'arc entre $A_1, A'_1, A''_1, A'''_1, \dots$ en raison du fait que l'agent possédera les mêmes ressources dans toutes ces allocations, alors il sera donc indifférent entre toutes ces allocations. On en déduit donc qu'il existera des graphes pour lesquels aucun profil de préférences ne pourra correspondre (i.e. graphe où ces régularités ne seront pas respectées).

3 Représentation compacte des preferences ordinales

Il existe de nombreuses façons de représenter les préférences sur des bundles de façon compacte. Par exemple, il est possible de spécifier les préférences des agents uniquement sur des items, puis en s'appuyant sur certains axiomes, d'en induire un ordre partiel sur les bundles. Il est également possible d'utiliser des modèles graphiques tels que ceux proposés dans [6]. Cela aura pour effet de contraindre de façon encore plus forte le graphe de majorité. C'est pourquoi, nous présenterons l'impact du langage de représentation utilisé sur la structure de ce graphe.

Références

- [1] Chevalere Y., Dunne P., Endriss U., Lang J., Lemaître M., Maudet N., Padget J., Phelps S., Rodríguez-Aguilar J., Sousa P., *Issues in Multiagent Resource Allocation*. Informatica, 30 :3–31, (2006)
- [2] S. Estivie and Y. Chevalere and U. Endriss and N. Maudet, *How Equitable is Rational Negotiation ?*, Proc. 5th International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-2006), (2006)
- [3] Sylvain Bouveret and Jérôme Lang, *Efficiency and Envy-freeness in Fair Division of Indivisible Goods : Logical Representation and Complexity*, Journal of Artificial Intelligence Research (JAIR), 32 :525-564, (2008)
- [4] Yann Chevalere and Ulle Endriss and Nicolas Maudet, *Simple Negotiation Schemes for Agents with Simple Preferences : Sufficiency, Necessity and Maximality*, Journal of Autonomous Agents and Multiagent Systems, In press, (2009)
- [5] Lang, J. and Pini, M. S. and Rossi, F. and Venable, K. B. and Walsh, T., *Winner determination in sequential majority voting*, Proceedings of the 20th international joint conference on Artificial intelligence, Hyderabad, India p.1372–1377, (2007)
- [6] Sylvain Bouveret and Ulle Endriss and Jérôme Lang, *Conditional Importance Networks : A Graphical Language for Representing Ordinal, Monotonic Preferences over Sets of Goods*, Proceedings of the 21st International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-2009), p.67–72, (2009)