Branchement local pour le knapsack disjonctif

Mhand Hifi[1], Stéphane Negre[1], Mohamed Elhavedh Ould Ahmed Mounir[1]

UPJV d'Amiens, UFR des Sciences, MIS-Axe Optimisation Discrète et Réoptimisation
5 rue du Moulin Neuf, 80039 Amiens cedex 01, France.
hifi@u-picardie.fr
stephane.negre@u-picardie.fr
mohamed.ould@u-picardie.fr

Mots-Clés : *optimisation combinatoire, branchement local.*

1 Introduction

Dans cet exposé, nous proposons de résoudre le problème du knapsack disjonctif (noté DCKP) en utilistant une méthode basée sur le concept de branchement local. Le DCKP est un problème d'optimisation combinatoire qui apparaît dans plusieurs domaines d'application. La version la plus étudiée peut être caractérisée par un ensemble de n objets où ces n objets sont liés par une contrainte de capacité et chaque paire d'un sous-ensemble d'objets est non-compatibles, i.e. pour une paire d'objets, la sélection d'un objet entraîne l'exclusion de l'autre objet.

Le DCKP est apparu, dans la littérature, à partir de la fin du siècle dernier, il a été l'objet de très peu d'études. Hifi et Michrafy [1] ont proposé une méthode approchée basée sur une recherche tabou réactive. Dans Hifi et Michrafy [2], les auteurs ont proposé un algorithme exact pour la résolution des instances de petite taille. Finalement Hifi et Ould Ahmed [3] ont proposé un algorithme basé sur l'encadrement de la somme des variables du problème pour résoudre des instances de grande taille fortement corrélées.

2 Le problème étudié

Une instance du DCKP est caractérisée par un ensemble de n objets, une (ou plusieurs) contrainte(s) de type knapsack ainsi qu'un ensemble de contraintes disjonctives. En particulier, lorsqu'il s'agit d'une seule contrainte de type knapsack (le problème étudié dans cet article), cette dernière est caractérisée par sa capacité c entière et un vecteur poids $w = (w_1, \ldots, w_n)$ entier associé à l'ensemble des objets. De plus, chaque objet j, $j = 1, \ldots, n$, est représenté par son profit p_j, son poids w_j et un sous-ensemble de paires d'objets E représentant l'ensemble des paires d'objets exprimants la non-compatibilités entre certains objets. La formulation mathématique du DCKP peut s'écrire comme suit :

$$\text{maximize} \qquad z(x) = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j \tag{1}$$

$$\text{subject to} \qquad \sum_{j=1}^{n} w_j x_j \leq c \tag{2}$$

$$x_i + x_j \leq 1 \qquad \forall (i,j) \in E \tag{3}$$

$$x_j \in \{0,1\} \qquad j = 1, \ldots, n, \tag{4}$$

oú $E \subseteq \Big\{(i,j) \text{ such that } i \neq j,\ i,j \in I = \{1,\ldots,n\}\Big\}$ et $z(x)$ est la fonction objectif associée á la solution x.

3 Méthodes de résolution

Le concept de branchement local est dans le même esprit que la recherche locale, sauf que le voisinage est obtenu grâce à l'introduction, dans le modèle, d'inégalités linéaires génériques appelées coupes de branchement. Bien qu'elle vise à améliorer le comportement approximatif des solveurs de programmes linéaires mixtes en nombres entiers, la stratégie de branchement local est à l'origine une méthode exacte . Elle alterne deux niveaux de branchement :

- un branchement à haut niveau, qui sert à définir le voisinnage d'une solution,
- un branchement à bas niveau, qui sert à explorer ce voisinnage.

Le branchement local vise à améliorer la qualité de la solution au début de l'exploration de l'espace de recherche mais aussi au début de chaque étape de calcul. Le concept de branchement local utilise souvent des boites noires pour optimiser les noeuds correspondant aux branches locales. Dans notre approche, la construction des boites noires est basé sur une *procedure d'arrondi*. La procédure d'arrondi s'appuie principalement sur la relaxation en continue du programme linéaire en $0-1$ du problème orignal. Cette procedure peut être vue comme une approche en deux phases :

1. Optimisation de la relaxation en continue du problème par aplication de la méthode du simplex. Ensuite, fixer et arrondir une partie des variables binaires à leur valeurs entières.
2. Répéter l'étape précédente sur la série des problèmes réduits jusqu'á ce qu'il ne reste plus de variables fractionnaires.

Par la suite, nous proposons un algorithme dans lequel une partie des variables fractionnaires est fixée à l'aide de la procédure d'arrondi. Le problème réduit résultant est résolu à l'aide d'un algorithme de séparation et évaluation. L'idée principale est d'appliquer cet algorithme à chaque étape du branchement local. Ensuite introduire le mécanisme de diversification si le processus n'a pas réussi à améliorer la solution de référence.

L'algorithme proposé a été testé sur plusieurs instances de la littérature. Sur plusieurs instances, l'algorithme arrive à améliorer certaines solutions de la littérature.

Références

[1] M. Hifi and M. Michrafy, “Reduction strategies and exact algorithms for the disjunctively constrained knapsack problem" *Computers and Operations Research*, 2006.

[2] M. Hifi and M. Michrafy, “A reactive local search algorithm for the disjunctively constrained knapsack problem." *Journal of the Operational Research Society*, vol. 57, pp. 718-762, 2006.

[3] Hifi M et Ould Ahmed Mounir M. Un algorithme augmenté pour le problème du knapsack disjonctif, *Congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision,* Nancy, France, 10-12 Février, 2009.

[4] Fischetti M and Lodi A. Local branching, *Mathematical Programming*, **98** :23-47, 2003.