

Un algorithme parallèle pair à pair pour le problème de découpe contraint à deux dimensions et à deux niveaux

Mhand Hifi, Nawel Haddadou, Toufik Saadi

MIS, Université de Picardie Jules Verne,
5 rue du Moulin Neuf, 80000 Amiens, France.

hifi@u-picardie.fr; nawel.haddadou@u-picardie.fr; toufik.saadi@u-picardie.fr

1 Introduction

Le problème de découpe à deux dimensions avec contraintes est un problème qui consiste à déterminer un model de découpage de n petites pièces rectangulaires dans une grande pièces rectangulaires de longueur L et de hauteur W , dans le but de maximiser les profits des pièces à découper. Chaque type de pièce i ($i = 1, \dots, n$) est caractérisé par une longueur l_i , une hauteur h_i , un profit c_i (qui peut représenter la surface) et une borne supérieurs b_i . La borne supérieur b_i est le maximum de pièces de type i qui peut être découpé du rectangle (L, W) .

Formellement, Le FC2TDC peut être défini par :

$$FC - TDC \begin{cases} \max \sum_{i=1}^n c_i d_i \\ \text{s.c. } (d_1, d_2, \dots, d_n) \text{ forme un model de découpe} \\ d_i \leq b_i, i \in I. \end{cases}$$

Où I est l'ensemble des pièces du problème et d_i le nombre d'apparitions de la pièce i dans la solution.

Dans ce papier, Nous résolvons FC2TDC par une méthodes d'approximation parallèle basée sur une recherche par faisceaux.

2 Recherche en faisceaux appliquée au FC2TDC

La recherche en faisceaux est une méthode de recherche arborescente classique ; elle a été introduite pour les problèmes d'ordonnancement (Ow et Morton [1] et elle a eu beaucoup de succès dans plusieurs autres problèmes d'optimisation (voir Hais Zhou [3]) . Son objectif est d'éviter le parcours exhaustif de l'espace de recherche en développant un espace de recherche partiel. A chaque niveau de l'arbre de recherche, un sous-ensemble de nœuds (appelé *nœuds éliques*) est considéré pour le branchement, les autres nœuds sont tout simplement écarté de la recherche. Le nombre β de nœuds considérés à chaque niveau est appelé *largeur du faisceau* (*beam width*). L'efficacité de cette méthode est considérablement influençable par la politique de filtrage à chaque niveau et donc par la fonction d'évaluation. L'adaptation de la recherche en faisceaux pour le FC2TDC nécessite la définition des nœuds de l'arborescence et du mécanisme de branchement ; dans ce contexte, un nœud est représenté par une paire de sous-rectangles $(L, W - y)$ et (L, y) , avec $y \leq W$ et $(L, W - y)$ la solution réalisable locale courante. $(L, W - y)$ est la solution construite par combinaison des bandes et (L, y) le reste de la surface du rectangle initial à découper. Par conséquent, la racine de l'arborescence est représentée par les deux sous-rectangle $(L, 0)$ et (L, W) . Dans cette configuration aucune bande n'est encore découpée du rectangle initial.

Soit r , le nombre de hauteurs distincts des pièces et p le plus grand index de la pièce de hauteur w_p , tel que $w_1 < w_2 < \dots < w_p$; le branchement sur le nœud $u = ((L, W - y), (L, y))$, $y \leq W$ est équivalent à la découpe de la bande (L, β) , $\beta \leq y$, $\beta \in \{\bar{w}_1, \bar{w}_2, \dots, \bar{w}_r\}$ du sous-rectangle (L, y) . On fait remarquer qu'il y'aura au maximum r branchement sur le nœud u ; chaque branchement correspond à la découpe d'une bande (L, \bar{w}_j) , $j \in J$. Chaque'un de ces nœuds correspond à deux

sous-rectangles $(L, W - y + \bar{w}_j), j \in J$.

Le processus de recherche peut être décrit comme suite :

- Sur le nœud racine, aucune bande n'est découpée; On pose $b'_i = b_i, i \in I$, l'algorithme crée r bandes générales différentes $(L, \bar{w}_j), j \in J$ par la résolution de $KP^g_{(L, \bar{w}_j)}$. Chaque bande $j \in J$ correspond à un nœud fils, à développer.
- Pour effectuer un branchement sur le nœud $((L, W - y), (L, y))$ pendant le parcours, l'algorithme effectue les opérations suivantes :
 1. calculer les nouvelles demandes $b'_i = b_i - v_i, v_i$ est le nombre d'apparitions de la pièce de type i dans la bande.
 2. pour $j = r, \dots, 1$, résoudre $KP^g_{(L, \bar{w}_j)}$.
 3. pour chaque bande $(L, \bar{w}_j), j = 1, \dots, r$ et $\bar{w}_j \leq y$,
 - (a) découper la bande du sous-rectangle (L, y)
 - (b) obtenir les nouveaux nœuds $((L, W - y + \bar{w}_j), (L, Y - \bar{w}_j))$
 - (c) calculer une évaluation \hat{Z} du nouveau nœud

Dans l'étape 3c, l'algorithme fait une évaluation des nœuds en utilisant une ou plusieurs fonctions d'évaluation (voir [2]).

3 L'algorithme parallèle

L'algorithme proposé s'appuie sur le processus de développement de la recherche en faisceaux présentée dans la section précédente. Chaque pair utilise ça propose liste interne et réalise des évaluations pendant son développement. L'évaluation sur chaque processeur est réalisée en fonction de sa solution réalisable courante (local) et sa borne supérieure courante (locale). L'évaluation sur chaque pair est enrichie par une borne supérieure globale et une solution réalisable globale qui sont partagées par les pairs. La borne supérieure globale correspond à la la borne supérieure la plus fine trouvée pendant la résolution. De la même manière, la meilleure solution réalisable globale, représente la meilleure solution obtenue par les processeurs pendant la résolution.

4 Partie expérimentale

Nous avons testé deux variantes (une topologie de communication circulaire et une autre topologie en étoile) de la méthode proposée sur un ensemble d'instances connues (voir Hifi [2]). Nous avons évalué les coûts des communications (communication des bornes supérieures globales et la transmission des solutions réalisables globales) dans les deux cas, puis nous avons comparé les solutions obtenues dans les deux cas. Les deux méthodes restent rapides comparées aux méthodes de la littérature. De plus, la première version (communication circulaire) de la méthode arrive à améliorer plusieurs meilleures solutions de la littérature.

Références

1. P.S.Ow, T.E.Morton, Filtered beam search in scheduling, Intern.J.Production Res, vol.26, pp.297307, 1988.
2. M. Hifi, R. Mhalla, T. Saadi, Algorithms for Constrained Two-Stage Two-dimensional cutting problems, Inform Journal on Computing, vol. 20, pp.212-221, 2008.
3. B. Hais Zhou, L. Feng Xi, Y. Shang Cao, A Beam-Search-based algorithm for the tool switching problem on a flexible machine, International Journal of advanced Manufacturing Technology, vol. 25, pp.876-882, 2004.