Un algorithme parallèle pour le problème de placement en trois dimensions

Mhand Hifi, Stéphane Negre, Toufik Saadi

MIS, Université de Picardie Jules Verne,
5 rue du Moulin Neuf, 80000 Amiens, France.

hifi@u-picardie.fr;stephane.negre@u-picardie.fr;toufik.saadi@u-picardie.fr

1 Introduction

Le problème de placement/chargement en trois dimensions (Bortfeldt *et al.* [2], Mora et Oliveira [3], Wäscher *et al.* [4]) est un problème qui consiste à déterminer un plan de chargement de n objets de dimensions $(l_i, w_i, h_i),\ i = 1, \ldots, n$, dans un plus grand objet (récipient) de dimensions (L, W, H), où L (resp. l_i) dénote une longueur, W (resp. w_i) une largeur et H (resp. h_i) une profondeur. Le but est de maximiser le placement tout en respectant certaines contraintes. Notons aussi que chaque objet $i,\ i = 1, \ldots, n$, est caractérisé par un profit c_i (qui peut représenter le volume).

Dans ce papier, nous étudions le problème de placement/chargement à trois dimensions avec une orientation fixe et sans contraintes de demandes, noté US-CL (*unconstrained-single container loading problem*). Pour ce problème, nous proposons une méthode parallèle approchée qui principalement s'appuie sur une procédure de génération de piles ainsi que sur une réduction de l'instance initiale sous forme d'une série de problèmes de placement deux dimensions.

2 Une heuristique pour le US-CL

Un plan de chargement, pour le problème US-CL, peut être construit par la résolution d'une série de problèmes de placement en deux dimensions et par combinaison de ces denières solutions pour produire une solution finale. Le principe de la méthode se résume par les étapes suivantes :

A. Phase de construction des x-piles

Soit S l'ensemble des objets à placer et $p \leq n$ le nombre de longueurs distinctes supposées ordonnées comme suit : $l_1 < l_2 < \ldots < l_p$. Soit w_k une largeur du sous-objet (α, l_j, β) pour une longueur donnée $l_j,\ j = 1, \ldots, p$. Considérons les r différentes largeurs $w_k \in \{w_1, \ldots, w_r\}$, satisfaisant l'ordre suivant : $w_1 < w_2 < \ldots < w_r$.
Notons $S_{(w_k, l_j, \beta)} \subseteq S$ l'ensemble des sous-objets tel que $S_{(w_k, l_j, \beta)} := \Big\{ i \in S \mid w_i \leq w_k \leq \alpha,\ l_i \leq l_j,\ h_i \leq \beta \Big\}$. Pour chaque couple $(w_k, l_j) \leq (\alpha, \gamma)$ est associé un problème de knapsack $(K^{w_k}_{\beta, l_j})$ donné par :

$$(K^{w_k}_{\beta,l_j}) \begin{cases} f^{x-stack}_{w_k,\beta,l_j)} = \max \displaystyle\sum_{i \in S_{(w_k,\beta,l_j)}} c_i x_i \\ \text{s.c.} \quad \displaystyle\sum_{i \in S_{(w_k,\beta,l_j)}} l_i x_i \leq \beta \\ \quad x_i \in N,\ i \in S_{(w_k,\beta,l_j)}, \end{cases}$$

où x_i est le nombre d'occurrences de l'objet i dans la x-pile de dimensions (w_k, l_j, β), c_i dénote le profit associé à l'élément $i \in S_{(w_k, l_j, \beta)}$ et $f^{x-stack}_{(w_k, l_j, \beta)}$ est la valeur de la solution de la x-pile de dimensions (w_k, l_j, β), pour $k = 1, \ldots, r$.

B. Combinaison et utilisation des x-piles

Cette phase permet, pour une profondeur fixe h_j, d'optimiser le sous-objet $(\alpha, \gamma, h_j),\ j = 1, \ldots, p$. Pour chacun de ces sous-objets, nous résolvons un autre problème de knapsack $(K^{x-stack}_{(\alpha,\gamma,h_j)})$ donné par :

$$(K^{x-stack}_{(\alpha,\gamma,h_j)}) \begin{cases} g^{x-stack}_{(\alpha,\gamma,h_j)} = \max \displaystyle\sum_{k=1}^{r} f^{x-stack}_{(l_k,\gamma,h_j)} y_k \\ \text{s.c.} \qquad \displaystyle\sum_{k=1}^{r} l_k y_k \leq \alpha,\ y_k \in N, \end{cases}$$

où $y_k,\ k = 1, \ldots, r$, est le nombre d'occurrences de la x-pile de dimensions (l_k, h_j, β) dans (α, γ, h_j) et $g^{x-stack}_{(\alpha,\gamma,h_j)}$ est la solution produite pour $(\alpha, \gamma, h_j),\ j = 1, \ldots, p$.

C. Phase de consctruction et utilisation des y-piles

La construction de nouvelles y-piles, pour chaque largeur $w_j,\ j = 1, \ldots, p$, peut être obtenu par application des procédure de génération et de combinaisons (phase A et B). De plus, une série de combinaisons de ces y-piles réalisent des plans de chargement réalisables pour les différents sous-objets considérés.

D. Phase finale : un plan de chargement pour le sous-objet (α, γ, β)

Cette partie constitue la phase de construction qui permet de produire une solution par utilisation des x-piles et des y-piles. Le principe de la méthode utilisée consiste à explorer deux chemins au plus, sur plusieurs chemins possibles. A chaque étape du processus de construction, l'algorithme considère un sous-ensemble de x-piles et de y-piles. Le choix de ces x-piles et y-piles est réalisé par application d'un mécanisme d'évaluation globale.

3 Résolution parallèle

La méthode parallèle proposée s'appuie sur la construction en parallèle des x-piles et des y-piles. La combinaison entre les piles (x-piles et y-piles) est réalisée en parallèle et d'une manière indépendante du processus de construction des piles. Nous proposons, également une nouvelle fonction, d'évaluation qui permet d'explorer des chemins filtrés dans la phase de combinaison des piles sur un processeur. Cette évaluation d'appuie sur la solution réalisable courante du processeur en question et la solution courante obtenue par les autres processeurs.

4 Partie expérimentale

Nous avons testé deux variantes de la méthode proposée sur un ensemble d'instances connues (voir Hifi [1]). Les deux méthodes restent rapide comparées aux méthodes de la littérature. De plus, la deuxième version de la méthode arrive à améliorer plusieurs meilleures solutions de la littérature.

Références

1. M. Hifi : Approximate algorithms for the container loading problem, International Transactions in Operational Research.9,747-774,2002.

2. A.Bortfeldt, H.Gehring, D.Mack : A parallel tabu search algorithm for solving the container loading problem. Parallel Computing.29, 641-662, 2003.

3. A. Mora, J.F.Oliveira : A GRASP approach to the container-loading problem, IEEE Intelligent Systems,20,50-57, 2005.

4. G.Wäscher, H.Haussner, H.Schumann : An improved typology of cutting and packing problems, European Journal of Operational Research,83,1109–1130,2007.