

# Prétraitement dans les méthodes en deux phases pour la résolution de problèmes bi-objectifs

Charles Delort

LIP6-CNRS, Université Pierre et Marie Curie (UPMC), 104 Avenue du Président Kennedy, F-75016 Paris, France  
`charles.delort@lip6.fr`

**Mots-Clés** : *optimisation multi-objectif; problème d'affectation; problème du sac à dos*

Les problèmes d'optimisation multi-objectifs sont de plus en plus étudiés car ils ont un grand intérêt dans l'industrie, où plusieurs objectifs concurrents doivent être satisfaits. Ils sont la plupart du temps NP-difficiles même si leur version mono-objectif ne l'est pas (e.g. problème d'affectation). Contrairement aux problèmes d'optimisation mono-objectifs, il existe généralement plusieurs solutions Pareto-optimales (ou *efficaces*) en optimisation multi-objectif, c'est-à-dire des solutions qu'on ne peut améliorer sur un objectif sans les détériorer sur un autre. Afin de générer l'ensemble des solutions efficaces, nous nous intéressons ici plus particulièrement à deux méthodes sur lesquelles nous basons notre approche : la méthode en deux phases, et le branch and bound bi-objectif. La méthode en deux phases a été utilisée pour résoudre de multiples problèmes bi-objectifs, tels que, entre autres, le problème du sac à dos [6] et le problème d'affectation [3, 5]. La méthode se décompose comme suit. Dans la première phase, un ensemble de solutions *supportées* (c'est-à-dire qui optimisent une somme pondérée des objectifs) est déterminé. Lors de la deuxième phase, on détermine les solutions efficaces non supportées. Les solutions obtenues dans la première phase sont utilisées pour diminuer l'espace de recherche où se trouvent potentiellement d'autres solutions efficaces. L'espace de recherche est ainsi découpé en plusieurs zones de recherches. Chaque zone de recherche est un triangle délimité par deux solutions efficaces adjacentes, qui contient tous les points qui ne sont dominés par aucune des deux solutions. Une approche alternative à la méthode en deux phases est le branch and bound bi-objectif [4]. Contrairement au branch and bound mono-objectif, les bornes calculées ne sont pas constituées d'un seul élément, mais d'un ensemble d'éléments. La borne inférieure (en minimisation) des solutions réalisables associée au sous-problème courant peut être vue comme un sous-ensemble de l'espace des objectifs incluant toutes les solutions (plus précisément, leurs images) du sous-problème considéré (zone hachurée sur la Figure 1). La borne supérieure est constituée quant à elle, de l'ensemble des solutions efficaces trouvées jusqu'à présent (ensemble  $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$  sur la Figure 1). On délimite à partir de ces points une "zone améliorante", c'est-à-dire la zone de l'espace des objectifs pouvant comporter des solutions susceptibles d'intégrer la frontière efficace. Si l'intersection de cette zone améliorante et de la borne inférieure n'est pas vide (cas illustré sur la partie gauche de la Figure 1), il faut résoudre le sous-problème. En revanche, si l'intersection est vide (cas illustré sur la partie droite de la Figure 1), il n'est pas nécessaire de résoudre le sous-problème.

La contribution principale qui sera développée dans cette communication est de montrer l'apport d'un prétraitement (le *shaving* [2]) dans la méthode en deux phases. Ce prétraitement consiste à fixer une variable booléenne du problème (par exemple on rend obligatoire/interdit un objet dans le problème du sac à dos, ou encore on rend obligatoire une assignation d'une tâche à un agent dans le problème d'affectation). On réalise ensuite un calcul de borne qui permettra éventuellement de supprimer cette variable du problème (dans le cas où l'on prouve qu'il ne peut exister de solution

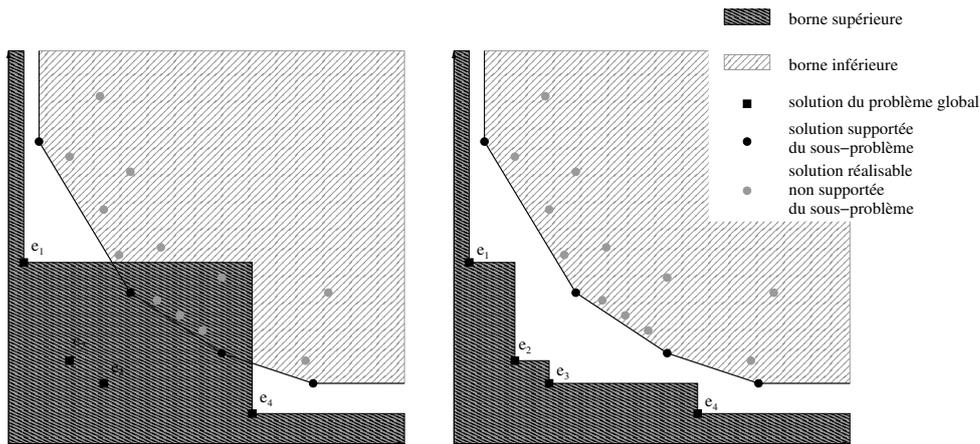


FIG. 1 – borne supérieure et borne inférieure.

efficace pour cette valeur de la variable). Cette opération est répétée pour chaque variable booléenne du problème. Le shaving, qui intervient préalablement à l'exploration de chaque zone de recherche lors de la deuxième phase (zone où se trouvent les solutions efficaces non supportées), exploite le même genre de bornes que celles développées pour le branch and bound bi-objectif, et permet de réduire la taille du problème. Il permet ainsi d'accélérer significativement l'exploration des zones de recherche lors de la deuxième phase.

Nous avons appliqué cette méthode sur deux problèmes beaucoup étudiés : le problème d'affectation bi-objectif et le sac à dos bi-objectif. Pour le problème du sac à dos, notre méthode est plus performante sur une majorité d'instances que l'algorithme le plus rapide proposé jusqu'à présent [1]. En ce qui concerne le problème d'affectation bi-objectif, nous avons introduit de nouvelles sortes d'instances, qui diffèrent des instances étudiées auparavant par la corrélation positive ou négative entre les critères. Bien qu'il soit difficile de comparer avec les résultats obtenus dans d'autres articles, notre méthode apparaît très compétitive pour résoudre ce problème sur certaines instances.

## Références

- [1] C. Bazgan, H. Hugot, and D. Vanderpooten. Solving efficiently the 0-1 multi-objective knapsack problem. *Computers and Operations Research*, 36(1) :260–279, 2009.
- [2] P.D. Martin and D.B. Shmoys. A new approach to computing optimal schedules for the job shop scheduling problem. In S.T. McCormick W.H. Curnigham and M. Queyranne, editors, *Proceedings of the Fifth international IPCO conference, Vancouver, Canada*, pages 389–403. LNCS 1084, 1996.
- [3] A. Przybylski, X. Gandibleux, and M. Ehrgott. Two phase algorithms for the bi-objective assignment problem. *European Journal of Operational Research*, 185(2) :509–533, March 2008.
- [4] F. Sourd and O. Spanjaard. A multi-objective branch-and-bound framework. Application to the bi-objective spanning tree problem. *INFORMS Journal of Computing*, 20(3) :472–484, 2008.
- [5] E.L. Ulungu and J. Teghem. The two phases method : An efficient procedure to solve bi-objective combinatorial optimization problems. *Foundations of Computing and Decision Sciences*, 20(2) :149–165, 1995.
- [6] M. Visée, J. Teghem, M. Pirlot, and E. L. Ulungu. Two-phases method and branch and bound procedures to solve the bi-objective knapsack problem. *J. of Global Optimization*, 12(2) :139–155, 1998.