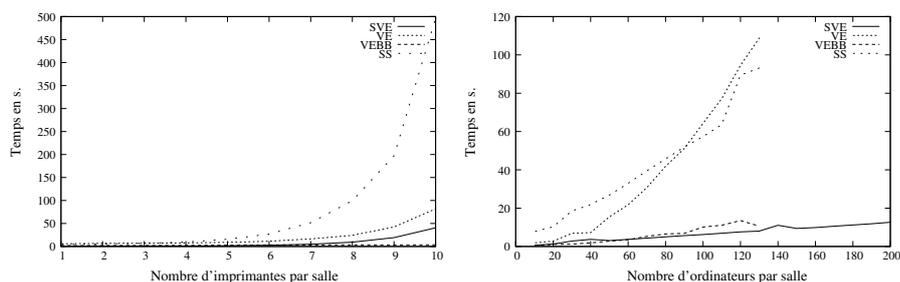


# Étude comparée des inférences dans les Modèles Relationnels Probabilistes

Lionel Torti<sup>1</sup>, Pierre-Henri Willemin<sup>1</sup>

LIP6 ; Université Paris 6 ; 104, avenue du Président Kennedy, 75016 Paris, France  
{lionel.torti,pierre-henri.willemin}@lip6.fr

Dans cet article, nous proposons de tirer profit de notre cadre logiciel dans lequel coexistent plusieurs algorithmes d'inférence dédiés ou non aux PRMs afin de mener une comparaison expérimentale du comportement de ces différents algorithmes. Un réseau bayésien est la représentation d'une loi de probabilité jointe de plusieurs variables aléatoires pour lesquelles des relations d'indépendances conditionnelles sont représentées par un graphe orienté sans circuit. Cette représentation graphique permet une factorisation de la loi jointe ainsi que la production d'algorithmes d'inférence dédiés. Toutefois, cette organisation est insuffisante lors de la modélisation de systèmes complexes. Ce constat a amené à proposer de nouveaux modèles : les modèles probabilistes du premier ordre (MPPO) qui ont pour but d'abstraire la représentation des relations entre variables. Nous nous intéressons dans ce résumé aux PRMs, qui sont une extension des réseaux bayésiens. L'état de l'art de l'inférence dans les PRMs est très réduit et se réduit aux travaux publiés dans la thèse d'Avi Pfeffer [1]. De plus il n'existe pas d'études expérimentales de l'algorithme proposé dans [1] et ce résumé a pour but de combler cet absence. Plusieurs solutions existent pour réaliser une inférence dans un PRM. La première génère à partir d'un PRM un réseau bayésien, appelé réseau bayésien sous-jacent [1], permettant d'exploiter les algorithmes d'inférence classiques. La deuxième exploite l'algorithme Structured Value Elimination, seul algorithme d'inférence sur les PRM publiés à ce jours [1]. Nous proposons donc une comparaison de différentes méthodes d'inférence : l'algorithme Shafer-Shenoy (SS) [3], l'algorithme Variable Elimination (VE) [4], l'algorithme Variable Elimination couplé avec l'algorithme d'analyse en d-séparation BayesBall (VEBB) [2] et l'algorithme SVE.



(a) Sur la taille de la plus grande clique.

(b) Sur le nombre de variables.

FIGURE 1 – Temps de calcul avec différents paramètres.

Pour nos tests nous avons modélisé un problème de diagnostique dans un réseau informatique contenant des ordinateurs et imprimantes reliés entre eux et répartis par salle. Le système est construit de manière à pouvoir jouer sur la taille de la plus grande clique en modifiant le nombre d'imprimantes par salle, alors que le nombre d'ordinateurs permet de déterminer la taille du réseau sans influencer la taille de la plus grande clique. La figure 1(a) montre que les écarts entre les différentes méthodes pour un faible nombre d'imprimantes sont réduits et SVE reste la méthode la plus efficace grâce à l'absence

de génération du réseau bayésien sous-jacent. Si le coût de la génération est déterminant, il ne l'est plus lorsque le nombre d'imprimantes augmente : l'algorithme utilisé pour la génération du réseau bayésien sous-jacent a une complexité polynomiale [1]. De ce fait, il perd de son importance lorsque les cliques créées par les imprimantes deviennent d'une taille conséquente. La figure 1(b) montre les temps de calculs lorsque nous faisons varier le nombre d'ordinateurs pour un nombre fixe de salles et d'imprimantes. Premier constat : dès que le nombre d'ordinateurs par pièce dépasse cent trente, la génération du réseau bayésien sous-jacent dépasse la capacité en mémoire de l'ordinateur utilisé pour les tests. Ceci montre l'avantage des PRMs qui permettent une représentation en mémoire beaucoup plus compacte. De plus les performances de SVE sont meilleures que VEBB, ceci pouvant être imputé au coût de génération du réseau bayésien sous-jacent ajouté au coût de l'analyse en d-séparation et reste raisonnable en regard du nombre d'ordinateurs par salle.

Quantité d'observations par pièce	faible			moyenne			élevée		
	1	20	40	1	20	40	1	20	40
Pièces observées									
SVE	3,09	3,43	3,87	3,13	4,84	10,07	3,25	6,04	8,94
VE	11,66	11,52	11,72	11,6	11,25	12,23	11,35	12,39	12,9
VEBB	2,96	2,98	3,00	2,91	2,83	3,00	2,79	3,52	3,65
SS	26,84	27,01	26,72	27,47	27,34	26,95	26,71	27,45	27,94

TABLE 1 – Temps de réponse sous différentes configurations d'observations.

La table 1 montre les temps de calcul lorsque nous soumettons un nombre variable de pièces à une quantité plus ou moins élevée d'observations. Les algorithmes VE et SS nous montrent qu'ils sont peu affectés par le nombre d'observations dans le réseau. Ce résultat est prévisible puisque ces deux méthodes n'exploitent pas l'analyse en d-séparation. Pour SVE et VEBB les chiffres sont nettement plus intéressants. Premier constat : VEBB est plus performant que SVE malgré la génération du réseau bayésien sous-jacent dont le temps moyen de génération est d'environ 1, 2 secondes pour notre exemple. Nous pouvons également constater que SVE voit son temps de réponse considérablement augmenter avec le nombre d'observations, ce résultat était prévisible puisque l'exploitation de la structure utilisée dans SVE est inapplicable sur les instances contenant des observations. Dans les configurations avec un nombre élevé d'observations, la différence entre SVE et VE se réduit et si SVE reste plus rapide que VE cela est dû à l'absence de la génération du réseau bayésien sous-jacent et de la génération de l'ordre d'élimination : SVE utilise un ordre fixe de type *bottom-up*.

Nous avons comparé dans ce résumé différentes méthodes d'inférence dans les réseaux bayésiens avec l'algorithme de l'état de l'art des PRMs. Nos tests nous permettent d'affirmer que l'exploitation de l'information structurelle permet un gain de performance, mais qu'il reste moins efficace qu'une analyse en d-séparation. Toutefois, SVE n'utilise pas encore toute la richesse d'information qu'apporte un PRM. En effet, il reste à exploiter l'héritage, le polymorphisme, l'encapsulation, etc. dans l'inférence. Les PRMs permettent également de modéliser des incertitudes structurelles et existentielles dans un système [1], concepts qui restent à ce jour peu développés.

## Références

- [1] Avrom J. Pfeffer. *Probabilistic Reasoning for Complex Systems*. PhD thesis, Stanford University, 2000.
- [2] R. Shachter. *Bayes-ball : The rational pastime*, 1998.
- [3] P.P. Shenoy and G. Shafer. Axioms for probability and belief-function propagation. In G. Shafer and J. Pearl, editors, *Readings in Uncertain Reasoning*, pages 575–610. Morgan Kaufmann, 1990.
- [4] N.L. Zhang and D. Poole. A simple approach to bayesian network computation. In *10th Canadian Conference on Artificial Intelligence*, pages 16–22, Banff, Alberta, Canada, 1994.