

# Résolution d'un problème de "lot-sizing" multi-niveaux multi-ressources par relaxation Lagrangienne

Laura Hege<sup>1</sup>, Céline Gicquel<sup>1</sup>, Michel Minoux<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Génie Industriel, Ecole Centrale Paris, Chatenay-Malabry, France

[laura.hege@gmail.com](mailto:laura.hege@gmail.com), [celine.gicquel@ecp.fr](mailto:celine.gicquel@ecp.fr)

<sup>2</sup> Laboratoire d'Informatique de Paris 6, Paris, France

**Mots-Clés :** *dimensionnement de lots multi-niveaux, Programmation en nombres entiers, relaxation Lagrangienne, méthodes de décomposition*

## 1 Introduction

La planification de la production consiste à déterminer ce qu'il faut produire, en quelles quantités et à quel(s) moment(s) sur un intervalle de temps donné appelé horizon. C'est un problème difficile, particulièrement dans les industries de process où les ressources sont limitées en capacité et peu flexibles. Typiquement, dans ce genre d'industries, les ressources ne peuvent produire qu'un seul type de produits à la fois et le démarrage de la production d'un nouveau type de produits engendre des coûts significatifs (les couts de "startup"). D'autre part, comme on ne peut pas toujours synchroniser la production avec la demande, les produits finis doivent être stockés, ce qui génère des coûts de stockage. Ainsi, l'objectif des problèmes de dimensionnement de lots ou problèmes de "lot-sizing" est de trouver le meilleur compromis entre coûts de "startup" et coûts de stockage. (c.f. [1] pour une revue de littérature générale sur ce type de problèmes).

## 2 Un problème de "lot-sizing" multi-niveaux et multi-ressources

Le problème étudié est une extension des problèmes de "lot-sizing" de base qui prend en compte plusieurs aspects opérationnels :

- Le système de production a plusieurs niveaux : les matières premières subissent une série de transformations avant l'obtention des produits finis. La structure des produits est linéaire, i.e. chaque produit intermédiaire est obtenu à partir d'un unique produit du niveau inférieur.
- A chaque niveau de production, la transformation d'un produit peut être exécutée sur plusieurs ressources parallèles et hétérogènes.
- La capacité de stockage de chaque produit est limitée.

Ce programme peut être modélisé par un problème linéaire en nombres entiers (PLNE). Cependant, à cause de sa complexité, seules de petites instances peuvent être résolues à l'optimum par un solveur commercial comme CPLEX. C'est pourquoi nous proposons ici une approche heuristique à base de décomposition du problème en sous-problèmes à un seul niveau.

### 3 Approche de résolution

Cette étude s'inscrit dans le cadre du projet européen CAP-SCHED dont le but est de concevoir des outils génériques à base de décomposition et de programmation en nombres entiers pour résoudre des problèmes de planification et d'ordonnancement variés provenant de l'industrie chimique. C'est pourquoi nous n'avons pas choisi d'utiliser des heuristiques particulières au "lot-sizing" pour résoudre le problème étudié mais nous avons plutôt essayé d'imaginer un algorithme heuristique générique qui puisse être utilisé pour les différents types de problèmes qui seront étudiés au cours du projet.

L'approche proposée repose sur la décomposition du problème niveau par niveau.

La première étape de l'algorithme consiste à appliquer la relaxation Lagrangienne aux contraintes qui couplent les différents niveaux de production, i.e. aux contraintes d'équilibre des stocks. (cf. [2] et [3] pour des exemples d'application de la relaxation Lagrangienne aux problèmes de "lot-sizing" multi-niveaux). Le problème relâché obtenu peut ainsi être décomposé en sous-problèmes à un seul niveau qui sont résolus plus rapidement par un solveur commercial. Grâce à un algorithme de sous-gradient, cette première étape fournit une borne inférieure a priori bonne sur le coût optimal d'un plan de production ainsi qu'une série de solutions non réalisables vis-à-vis des contraintes d'équilibre des stocks.

Dans une deuxième étape, les solutions non réalisables fournies par la relaxation Lagrangienne sont modifiées de façon itérative pour obtenir une solution qui soit réalisable pour le problème initial. Cette modification consiste à résoudre un ensemble de problèmes de "lot-sizing" mono-niveau à l'aide du solveur commercial CPLEX 11.1 : pour chaque niveau on cherche un nouveau plan de production qui réalise un meilleur compromis entre coûts de production et infaisabilités. Les itérations s'arrêtent lorsqu'on trouve une solution réalisable ou après une durée limite.

### 4 Résultats

Afin d'évaluer son efficacité, l'approche proposée a été testée sur des instances de tailles différentes générées de façon aléatoire. Les résultats ont été comparés à ceux obtenus avec le solveur commercial CPLEX 11.1. Ceux-ci montrent que l'approche proposée est intéressante pour résoudre les instances de grande taille. En effet, pour ce type d'instances, elle permet de trouver de meilleures bornes inférieures que CPLEX en moins de temps. Cependant, la solution réalisable trouvée par notre heuristique n'est que légèrement meilleure que celle fournie par CPLEX. C'est pourquoi nous étudions actuellement la possibilité d'améliorer cette heuristique pour obtenir de meilleures solutions réalisables.

### Références

- [1] R. Jans and Z. Degraeve. Modeling industrial lot sizing problems : a review. *International Journal of Production Research*, 46(6) :1619–1643, 2008.
- [2] H. Tempelmeier and M. Derstroff. A lagrangean-based heuristic for dynamic multilevel multiitem constrained lotsizing with setup times. *Management Science*, 42(5) :738–757, 1996.
- [3] L. Özdamar and G. Barbarosoglu. An integrated lagrangean relaxation-simulated annealing approach to the multi-level multi-item capacitated lot sizing problem. *International Journal of Production Economics*, 68 :319–331, 2000.