

# Formulations fortes de PLNE pour un problème de dimensionnement de lots de production avec ressources parallèles identiques

Céline Gicquel<sup>1</sup>, Rafael Melo<sup>2</sup>, Laurence Wolsey<sup>2</sup>, Michel Minoux<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Laboratoire Génie Industriel, Ecole Centrale Paris, Chatenay-Malabry, France  
celine.gicquel@ecp.fr

<sup>2</sup> CORE, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

<sup>3</sup> Laboratoire d'Informatique de Paris 6, Paris, France

**Mots-clés :** *Dimensionnement de lots de production, Ressources parallèles identiques, Programmation linéaire en nombres entiers, Inégalités valides*

Nous étudions dans ce papier un problème lié à la planification de production connu sous le nom de "discrete lot-sizing and scheduling problem" ou DLSP. Comme défini par l'auteur de [2], pour le DLSP, on fait plusieurs hypothèses sur le système de production à planifier :

- La demande sur les produits peut varier dans le temps mais est supposée connue de façon déterministe.
- La production est planifiée sur un horizon de durée finie, divisé en périodes de planification.
- On peut fabriquer au plus un type de produit par période et par ressource (modèle de type "small bucket"). De plus, soit on utilise toute la capacité de la ressource, soit celle-ci est inactive (hypothèse dite du "tout-ou-rien").
- Les coûts pris en compte sont les coûts liés au démarrage de production à imputer au début de traitement d'un nouveau lot sur une ressource (start-up costs) et les coûts de stockage des produits finis.

Nous étudions ici une extension du DLSP dans laquelle plusieurs ressources parallèles sont disponibles pour transformer les produits. Il s'agit donc de décider non seulement de la taille et de l'ordonnement des lots de production, mais aussi de la ressource sur laquelle ces lots seront traités.

Nous proposons de résoudre ce problème d'optimisation difficile par la programmation linéaire en nombres entiers (PLNE), en utilisant un solveur commercial tel que CPLEX. Ceci est rendu possible par l'utilisation de formulations fortes qui permettent d'améliorer l'efficacité de la procédure de "Branch & Bound" standard implantée dans les solveurs de PLNE. En effet, une formulation forte du problème fournit, par sa relaxation linéaire, des bornes inférieures de bonne qualité. Ceci permet de diminuer le nombre de nœuds de l'arbre de recherche à explorer avant de trouver une solution garantie optimale et donc de diminuer les temps de calcul.

Nous considérons trois formulations alternatives du problème :

- une formulation dite "désagrégée" où on utilise des variables binaires pour définir la séquence de production sur chacune des ressources individuellement (cf [3]),
- une formulation dite "agrégée" où on utilise des variables entières pour définir globalement la séquence de production de l'ensemble des ressources (cf [4]),
- une formulation dite "étendue" où la recherche d'un plan de production pour chaque produit est formulée comme un problème de plus court chemin dans un réseau (cf [1]).

Nous étudions également deux façons de renforcer les formulations "agrégées" et "désagrégées".

- Nous proposons une famille d'inégalités valides fortes qui peuvent être vues comme des extensions des inégalités valides proposées par [5] pour le DLSP avec une seule ressource. Ces inégalités valides reposent sur l'idée que l'on peut calculer une borne inférieure sur le niveau du stock à la fin d'une période en fonction des productions qui seront possibles sur les différentes ressources pendant les périodes suivantes. Des travaux préliminaires sur ce sujet ont déjà été présentés dans [3]. Nous présentons ici une version plus forte de ces inégalités valides.
- Nous étudions également une famille d'inégalités valides développées par les auteurs de [6] pour le DLSP avec ressources parallèles identiques et utilisons une routine de séparation heuristique pour l'implémentation numérique.

Enfin, nous fournissons les résultats d'expériences de calcul réalisées sur des instances générées aléatoirement. L'objectif de ces expériences est de comparer les trois formulations de PLNE proposées pour ce problème et d'évaluer les renforcements obtenus avec les deux familles d'inégalités valides décrites ci-dessus. Ces deux familles d'inégalités valides sont utilisées dans un algorithme de type "Cut & Branch" pour renforcer les formulations "désagrégées" et "agrégées".

Nos résultats montrent principalement que :

- la formulation étendue est plus efficace pour la résolution du problème pour des instances impliquant un nombre limité de ressources ( $M = 2$ ).
- la formulation agrégée renforcée par la première famille d'inégalités valides est plus efficace pour la résolution du problème pour des instances impliquant un nombre important de ressources ( $M = 3...15$ ).

D'autres tests numériques sont actuellement en cours afin d'élargir la comparaison sur des instances de plus grande taille. D'autre part, nous étudions également une piste de recherche qui pourrait être intéressante : le développement d'une formulation étendue approchée fondée sur la formulation proposée par les auteurs de [1].

## References

- [1] G.D. Eppen and R.K. Martin. Solving multi-item capacitated lot-sizing problems using variable definition. *Operations Research*, 35(6):832–848, 1987.
- [2] B. Fleischmann. The discrete lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 44:337–348, 1990.
- [3] C. Gicquel, M. Minoux, and Y. Dallery. A tight MIP formulation for the discrete lot sizing and scheduling problem with parallel resources. In *International Conference on Computers and Industrial Engineering*, Troyes, France, 07 2009. Université Technologique de Troyes.
- [4] L.S. Lasdon and R.C. Terjung. An efficient algorithm for multi-item scheduling. *Operations Research*, 19(4):946–969, 1971.
- [5] C.A. Van Eijl and C.P.M. van Hoesel. On the discrete lot-sizing and scheduling problem with Wagner-Whitin costs. *Operations Research Letters*, 20:7–13, 1997.
- [6] F. Vanderbeck and L.A. Wolsey. Valid inequalities for the Lasdon-Terjung production model. *Journal of the Operational Research Society*, 43(5):435–441, 1992.