

MPQ-arbres pour les problèmes de placement

Cédric Joncour, Petru Valicov

Université Bordeaux 1 ; 351, cours de la Libération, 33405 Talence Cedex, France
cedric.joncour@math.u-bordeaux1.fr, valicov@labri.fr

Mots-Clés : *problème de placement, graphe d'intervalles, MPQ-arbre.*

Soit V un ensemble d'items rectangulaires d'un espace réel de dimension D . On note $w_d(v)$, $d \in \{1, \dots, D\}$ la longueur de l'item v dans la d -ème dimension. On utilise les mêmes notations pour un item particulier - le conteneur C . Pour chaque dimension d , on considère les projections des items sur chaque axe x_d . Ainsi on construit un ensemble de graphes $G_d = (V, E_d)$, avec V l'ensemble d'items et E_d l'ensemble d'intersections des items selon l'axe x_d . Fekete et Schepers ont démontré le résultat suivant :

Théorème 1 (Fekete et Schepers [1]) *Un ensemble d'items V peut être placé sans chevauchement et sans rotation dans un conteneur si et seulement si il existe un ensemble de D graphes $G_d = (V, E_d)$, $d \in \{1, \dots, D\}$ tels que :*

P1 : Chaque G_d est un graphe d'intervalles

P2 : Pour chaque ensemble stable S de G_d , $\sum_{s \in S} w_d(s) \leq w_d(C)$

P3 : $\bigcap_{j=1}^D E_d = \emptyset$

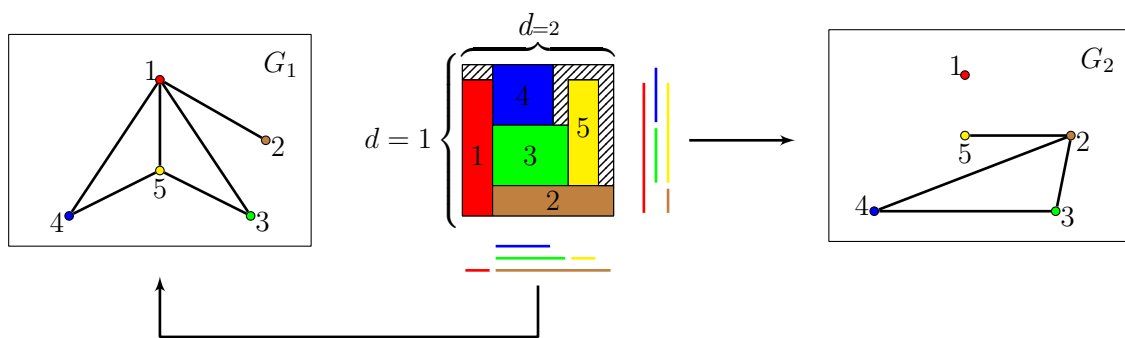


FIG. 1 – Un placement 2D et les graphes d'intervalles associés.

Fekete et Schepers ont donné un algorithme pour résoudre le problème de placement orthogonal qui s'est avéré efficace mais certaines de ses particularités ont généré des cas de placements symétriques : par exemple, pour la figure 1 il est possible de placer l'item 1 à droite par rapport aux autres items et dans ce cas les graphes d'intervalles resteraient les mêmes alors que les placements

ne seraient pas identiques. C'est pour cette raison que nous proposons un autre algorithme basé sur le théorème 1, pour le cas d'un placement bidimensionnel.

L'idée générale de notre algorithme consiste à générer tous les graphes d'intervalles possibles afin d'en trouver un qui satisfait les propriétés $P2$ et $P3$ du théorème 1, en utilisant la notion de MPQ -arbre introduite par Körte et Möhring [2]. Un MPQ -arbre associé à un graphe permet d'encoder les cliques maximales de ce graphe de manière à garantir la propriété de leur arrangement consécutif (voir l'exemple de la figure 2).

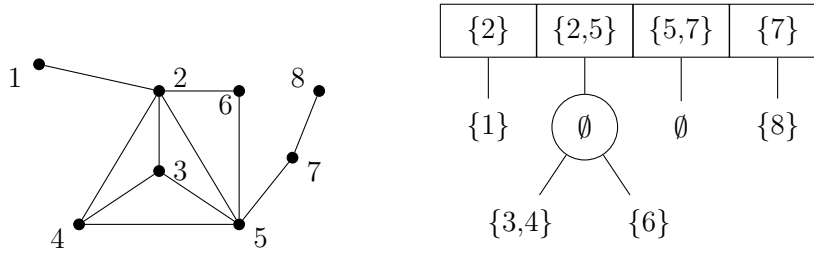


FIG. 2 – Exemple d'un graphe d'intervalles et de son MPQ -arbre associé

Dans cet exposé, nous détaillerons quelques unes des propriétés que nous avons établies permettant de réduire l'arbre d'énumération, et nous indiquerons les temps de calcul obtenus sur les jeux de tests standards, à partir d'une première implémentation (table 1).

Benchmark	JPV	FS	BB	A0	A1	A2	A3
cgcut1	0	0	0	0	1	1	1
cgcut2	109	>1800	>1800	>1800	>1800	533	531
cgcut3	3	0	95	23	23	4	4
gcut1	0	0	0	0	0	0	0
gcut2	0	0	0	0	0	25	0
gcut3	1	4	2	>1800	2	276	3
gcut4	186	195	46	>1800	346	>1800	376
gcut5	0	0	0	0	0	0	0
gcut6	0	0	1	0	0	9	0
gcut7	0	2	3	1	0	354	1
gcut8	79	253	186	1202	136	>1800	168
gcut9	0	0	0	0	0	0	0
gcut10	0	0	0	0	0	6	0
gcut11	2	8	3	16	14	>1800	16
gcut12	10	109	12	63	16	>1800	25
gcut13	>1800	>1800	>1800	>1800	>1800	>1800	>1800
okp1	1	10	779	24	25	72	35
okp2	232	20	288	>1800	>1800	1535	1559
okp3	2	5	0	21	1	465	10
okp4	2	2	14	40	2	0	4
okp5	760	11	190	40	>1800	513	488

TAB. 1 – Les temps de calculs (en secondes) comparés à ceux des algorithmes existants

Références

- [1] Sandor P. Fekete and Jörg Schepers. On higher-dimensional packing III : Exact algorithms *Operations Research*, 15(3):97-290, 1997.
- [2] Norbert Körte and Rolf H. Möhring. An Incremental Linear-Time Algorithm for Recognizing Interval Graphs. *JOC*, 18(1):68-81, 1989.